

6.1 Докажите, что ПСП разрешима, если для всех  $i \in \{1, \dots, k\}$  выполнено  $|A_i| = |B_i|$ .

6.2 Докажите, что ПСП разрешима, если  $A_i, B_i \in \{a\}^*$  для всех  $i \in \{1, \dots, k\}$ .

6.3 Есть ли решение у следующих задач для ПСП и МПСП:

а)  $\{(ab, abab), (b, a), (aba, b), (aa, a)\}$ ,

б)  $\{(aa, a), (abab, ababaaa), (aaabbb, bb), (aab, baab), (ba, baa), (ab, ba)\}$ ,

в\*)  $\{(aab, a), (ab, abb), (ab, bab), (ba, aab)\}$ .

6.4 Докажите, что проблема соответствия Поста неразрешима, если  $A_i, B_i \in \{a, b\}^*$ .

6.5 Пусть  $P$  — множество всех задач ПСП, записанных в алфавите  $\{(, ), ,, a_1, a_2, a_3, \dots\}$ .

а) Придумайте вычислимую инъективную функцию  $f : P \rightarrow \mathbb{N}$ .

б) Пусть  $P_0 \subset P$  — множество тех задач, которые имеют решение. Является ли  $f(P_0)$  перечислимым множеством? Является ли  $\mathbb{N} \setminus f(P_0)$  перечислимым множеством?

6.6 Назовём размером задачи ПСП сумму  $\sum_{i=1}^k (|A_i| + |B_i|)$ . Докажите, что существует такая задача ПСП размера  $d$ , которая имеет решение, но при этом для минимальной длины  $N$  решения этой задачи  $(i_1, i_2, \dots, i_N)$  выполняется неравенство

$$N \geq (2^{2^{2025+d}})!$$

6.7 Докажите, что проблема соответствия Поста неразрешима для симметричных задач, т.е. таких для которых вместе с парой слов  $(A, B)$  содержится и пара  $(B, A)$ .