

Логика и алгоритмы-2013. Задачи семинара

- 201.** Постройте 3-элементное множество X , такое что $X \subset \mathcal{P}(X)$.
- 202.** Докажите равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$,
- 203.** Существуют ли такие множества A, B, C , что $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = (A \cap B) \setminus C = \emptyset$?
- 204.** Докажите следующие равенства:
- $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$,
 - $(E \times E) \setminus (A \times B) = ((E \setminus A) \times E) \cup (E \times (E \setminus B))$ (для $A, B \subseteq E$).
 - $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$,
 - $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.
- 205.** Даны непустые множества A, B , такие что $A \times B = B \times A$. Докажите, что $A = B$.
- 206.** Докажите, что композиция функций сохраняет инъективность и сюръективность.
- 207.** Верны ли следующие утверждения для любых множеств X, Y ?
- $\mathcal{P}(X) \subset \mathcal{P}(Y) \implies X \subset Y$.
 - $\cup X = \cup Y \implies X = Y$.
- 208.** Даны конечные множества A и B из n и m элементов, соответственно. Найдите количество
- всех k -элементных подмножеств A ;
 - бинарных отношений между A и B ;
- 209.** а) Постройте отношение A на 3-элементном множестве $\{x, y, z\}$, такое что A рефлексивно и транзитивно, но не симметрично.
б) Постройте нетранзитивное отношение на 2-элементном множестве $\{x, y\}$.
в) Постройте отношение D на 2-элементном множестве $\{x, y\}$, такое что D транзитивно и симметрично, но не рефлексивно.
- 210.** Постройте биекцию между открытым кругом и плоскостью;
- 211.** Постройте инъективное отображение множества X в себя, которое не является биекцией, для случаев:
- $X = \mathbf{N}$, б) $X = \mathbf{R}_+$ (множество положительных действительных чисел),
 - $X = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x^2 + y^2 = 1 \}$.
- 212.** Даны конечные множества A и B из n и 2 элементов, соответственно. Найдите количество сюръекций из A на B .
- 213.** Какие из следующих отношений являются отношениями эквивалентности?
- $\{ \langle x, y \rangle \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \mid 10(x-y) \in \mathbf{Z} \}$,

б) $\{ \langle \langle x, y \rangle, \langle z, t \rangle \rangle \in (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \mid x+t = y+z \}$,

в) отношение параллельности на множестве всех прямых в трехмерном пространстве,

г) $\{ \langle x, y \rangle \in (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \mid x \text{ и } y \text{ взаимно просты} \}$,

д) $\{ \langle A, B \rangle \in (\mathcal{P}(\{1,2,3\}) \times \mathcal{P}(\{1,2,3\})) \mid A \cap B = \emptyset \text{ или } A=B \}$,

е) $\{ \langle x, y \rangle \in (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \mid x^2 + y^2 \text{ четно} \}$.

214. Пусть R - отношение на множестве A , которое симметрично, транзитивно, а также удовлетворяет условию $\forall x \in A \exists y \in A xRy$. Докажите, что R - отношение эквивалентности.

215. Даны множества A, B, C , такие что $A \sim B$, $A \cap B = \emptyset$, $|C|=2$. Докажите, что $A \times C \sim A \cup B$.