

«Логика и алгоритмы»
Вопросы к коллоквиуму 13.12.2013

1. Логика высказываний, понятие формулы. Таблицы истинности, булевы функции. Оценка пропозициональных переменных, значение формулы при оценке. Эквивалентные формулы. Тавтологии.
2. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Теорема о приведении любой формулы к СДНФ. Выражение всякой булевой функции через \wedge , \vee , \neg .
3. Сигнатура. Термы и формулы данной сигнатуры. Связанные и свободные вхождения переменных в формулу. Замкнутые термы и формулы.
4. Понятие модели (структуры) данной сигнатуры, примеры моделей. Определение истинности формулы в модели при данной оценке переменных. Зависимость значения только от параметров формулы (лемма об изменении оценки).
5. Множества, предикаты и функции, выразимые (определимые) в данной модели. Арифметические множества. Существование неарифметических множеств натуральных чисел.
6. Гомоморфизмы, изоморфизмы структур. Сохранение значений термов при гомоморфизме, формул без равенства — при сюръективном гомоморфизме, формул с равенством в — при изоморфизме (для нормальных моделей). Инвариантность определимых отношений при автоморфизмах.
7. Логически эквивалентные (равносильные) формулы первого порядка. Общезначимость и выполнимость. Свойства отношения равносильности. Лемма о переименовании связанных переменных. Теорема о приведении формулы к предваренной нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Теорема о корректности исчисления предикатов.
9. Допустимые правила. Вывод и выводимость из гипотез. Теорема о дедукции.
10. Полные теории. Теорема Линденбаума о существовании полного непротиворечивого расширения любой непротиворечивой теории. Свойства полных непротиворечивых теорий.
11. Лемма о свежей константе. Свидетели и теории Хенкина. Расширение непротиворечивой теории до непротиворечивой теории Хенкина (для счётной сигнатуры).
12. Теорема о существовании модели для непротиворечивой теории. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов.
13. Аксиомы равенства. Гомоморфизм модели аксиом равенства на нормальную модель. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов с равенством относительно нормальных моделей.
14. Теорема о компактности. Теорема Лёвенгейма–Сколема. Существование нестандартных моделей арифметики.