Логика и алгоритмы, 2013. Задание 3.
`http://www.mi.ras.ru/~bekl/logic2013.html`

Обязательные задачи (письменно, сдать преподавателям в своей группе до 11.10)

29. Рассмотрим множества $\mathbb{R}, \mathbb{Q}$ со стандартным отношением порядка. Докажите, что: (a) $\mathbb{Q} + \mathbb{Q} \cong \mathbb{Q}$; (b) $\mathbb{R} + \mathbb{R} \ncong \mathbb{R}$.

30. Докажите, что непустое ограниченное сверху подмножество вполне упорядоченного множества X имеет наименьшую верхнюю грань, но может не иметь максимального элемента.

31. Для линейно упорядоченных множеств X докажите эквивалентность следующих утверждений:

    (a) Всякое непустое подмножество X имеет наименьший элемент;

    (b) Не существует бесконечной убывающей последовательности $x_0 > x_1 > \cdots$ элементов X.

    Где и как в этом рассуждении используется аксиома выбора?

32. Докажите эквивалентность аксиоме выбора следующего утверждения: *для любой сюръекции $f : A \to B$ найдется отображение $g : B \to A$ такое, что $f \circ g = id_B$.*