

# Oefenopgaves

## Wiskunde voor Neurale Netwerken

Inleveren 28 oktober 2005

### 1. Taylor Series

- (a) Geef Taylor series voor de functie  $\ln(1+x)$ .
- (b) Benader  $\ln(1.1)$  tot de derde macht vanuit 1.

### 2. Gegeven is een functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

- (a) Geef  $J_f$ .
- (b) Geef  $\nabla f|_{(1,-1)}$ .
- (c) Geef de *directional derivative* in de richting  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  op punt  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

### 3. Chain Formulas

- (a) Gegeven is een functie  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  en een functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$g(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2, x_2^2) \quad f(x_1, x_2) = \langle y, y \rangle$$

waarbij geldt:  $y = g(x_1, x_2)$ .

Geef  $\partial f / \partial x_1$  en  $\partial f / \partial x_2$ .

- (b) In feite is  $f$  hierboven een compositie van twee functies:  $g$  en een zekere  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Geef  $h$ .

#### 4. Gradient Descent

Neem nu aan dat we niets weten over de functie  $f$ . Het enige wat wij kunnen bepalen is de waarde van de functie op een bepaald punt en de gradient in dat punt. Voor  $f$  gebruiken we de functie uit de vorige opgave.

- (a) Begin in punt (2,3) en herhaal twee keer:
- Bereken de gradient in het huidige punt.
  - Zet een stap ten grootte van  $1/4$  van de gradient in de tegenovergestelde richting van de gradient.
  - Geef het punt waar je nu terecht komt.

Wat gebeurt er na iedere stap met de gradient?

- (b) Begin nu weer in punt (2,3) en zet 1 stap in de richting van de negatie van de gradient, nu met als lengte van de stap de lengte van de gradient. Wat gebeurt er nu? (In andere woorden, wat gaat er mis?)

5. (a) Geef de Jacobi Matrix van functie  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ :

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} (x_1 + x_2)^2 \\ 2x_2x_3 \end{pmatrix}$$

- (b) Geef de lineaire benadering van  $f(1.1, 0.9, 0)$  vanuit  $f(1, 1, 0)$ .