

# Oefenopgaves

## Wiskunde voor Neurale Netwerken

29 Oktober 2004

1. Gegeven zijn de volgende 4 punten:

$$(-1, 4) (0, 1) (1, 2) (0.5, -0.125)$$

- (a) Vind een polominale functie die exact door al deze punten gaat. (Hint:  $n$  punten betekent maximaal orde  $n - 1$  nodig om alle punten te vangen. In dit geval zal dus maximaal een 3e orde polominaal nodig zijn.)
- (b) Vind de regressielijn met de kleinste fout op de eerste drie van de hierboven gegeven punten.
- (c) Vind de regressielijn van de eerste drie punten gebruik makend van de pseudo-inverse matrix.
- (d) Hoe is het verschil tussen de antwoorden bij b en c te verklaren? Is dit op te lossen zodanig dat de methode van de pseudo-inverse dezelfde oplossing geeft als b?

2. Gegeven zijn de volgende punten:

$$(1, 2) (2, 1) (3, 1)$$

- (a) Vind een polominale functie die exact door al deze punten gaat.
- (b) Vind de regressielijn met de kleinste fout op de hierboven gegeven punten.
- (c) Vind de regressielijn gebruik makend van de pseudo-inverse matrix.

3. In de vorige opgaves was er steeds sprake van een functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Nu hebben we een functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  met de volgende punten:

$$(1, 0, 1) \quad (2, 3, 4) \quad (-1, 0, 2)$$

Dat wil zeggen:  $f(1, 0) = 1$  ,  $f(2, 3) = 4$  ,  $f(-1, 0) = 2$ .

Hierop is ook regressie te doen, het is immers goed mogelijk ook in hogere dimensies over afstand (en dus over error) te spreken. Het simpelste voorbeeld is het regressievlak: Dit is in 2 dimensies de functie  $f(x, y) = ax + by + c$ . (Vergelijk met de 1 dimensionale regressielijn:  $f(x) = ax + b$ .)

Net als bij de 1-dimensionale regressielijn is ook hier het optimum makkelijk te berekenen. Dat is namelijk gewoon een systeem van lineaire vergelijkingen oplossen.

- (a) Geef dit stelsel van vergelijkingen en los het op.  
(b) Vind het regressievlak met de minimale fout voor de punten:

$$(0, 0, 0) \quad (1, 0, 1) \quad (0, 1, 1) \quad (1, 1, 0)$$

- (c) Vind het regressievlak met de minimale fout voor de punten:

$$(0, 0, 0) \quad (1, 0, 1) \quad (0, 1, 1) \quad (1, 1, 1)$$