

ДОКАЗУЕМО РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ

Мех-мат МГУ, осенний семестр 2006 г.

Л.Д. Беклемишев

ПРОГРАММА

1. Теорема Эрбрана, теоретико-модельное доказательство. Понятие доказуемо рекурсивной функции в достаточно сильной арифметической теории.
2. Ограниченная арифметика $I\Delta_0$. Теорема Парсонса о порядке роста доказуемо тотальных функций (теоретико-модельное доказательство).
3. Примитивно рекурсивная арифметика PRA. Доказуемо рекурсивные функции в PRA примитивно рекурсивны. Эквивалентность PRA и фрагмента PA с правилом индукции для Σ_1 -формул.
4. Секвенциальное исчисление Тейта для логики предикатов. Теорема об устранении сечения. Синтаксическое доказательство теоремы Эрбрана.
5. Схема индукции для перечислимых предикатов (теория $I\Sigma_1$). Теорема Парсонса о доказуемо рекурсивных функциях $I\Sigma_1$. Консервативность $I\Sigma_1$ над PRA для Π_2 -предложений.
6. Функция Аккермана и доказательства ее тотальности.
7. Вполне упорядоченные множества и ординалы. Теорема о канторовской нормальной форме. Стандартная система ординальных обозначений для ординала ϵ_0 . Теорема Кнастера–Тарского. Иерархия Веблена, ординал Γ_0 . Фундированные деревья и их ординалы.
8. Способы сопоставления ординалов формальным теориям. Контрпример Крайзеля. Теории второго порядка, консервативные над PA: $PA(X)$ и ACA_0 .
9. Иерархии Гжегорчика, Швихтенберга–Вэйнера и Харди.