

Время экзамена: 2 часа 40 минут. Все ответы и утверждения должны быть строго обоснованы. При использовании утверждений из курса их необходимо указывать явно.

1. Докажите или опровергните утверждение: $A \triangle B \subseteq A \Leftrightarrow B \subseteq A$.
2. Пусть отношения $R, S \subseteq A \times A$ – рефлексивны. Является ли отношение $R \circ S$ рефлексивным?
3. Найдите количество инъективных отображений 5-элементного множества в себя. Ответом должно быть число.
4. Рассмотрим бесконечные последовательности из 0, 1 и 2, в которых никакая цифра не встречается два раза подряд. Какова мощность множества таких последовательностей?
5. Пусть $A = \{(n, k) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : n \geq k\}$ и $B = \{(n, k) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : n \leq k\}$. Рассмотрим лексикографический порядок на каждом из этих множеств: пара (n_1, k_1) меньше пары (n_2, k_2) , если $n_1 < n_2$ или $n_1 = n_2$ и $k_1 < k_2$. Изоморфны ли эти два упорядоченных множества?
6. Рассмотрим булев куб размерности n . Какой максимальный размер независимого множества в этом графе?
7. Рассмотрим полное двоичное дерево глубины n (то есть с 2^n листьями). Рассмотрим следующий процесс покраски вершин. Изначально покрашен только корень дерева. На каждом шаге, каждая непокрашенная вершина, соседняя с какой-то уже покрашенной, красится с вероятностью $1/2$ (независимо от других вершин). Найдите математическое ожидание числа покрашенных листьев после $2n - 1$ шагов.
8. Пусть в графе на $2n + 1$ вершине для всякого подмножества S из n вершин есть еще одна вершина, соединенная со всеми вершинами из S . Докажите, что в графе есть вершина, соединенная со всеми остальными вершинами.

Группа			ФИО					
1	2	3	4	5	6	7	8	Σ