

Время экзамена: 2 часа 40 минут. Все ответы и утверждения должны быть строго обоснованы. При использовании утверждений из курса их необходимо указывать явно.

1. Про множества  $A, B, C$  известно, что симметрическая разность любых двух из них содержит третье. Верно ли, что какие-то два из этих множеств не пересекаются?
2. Пусть  $A = \{1, \dots, 5\}$ . Найдите количество всюду определенных функций  $f: A \rightarrow A$ , таких что для всякого  $x \in \{1, 2, 3\}$  верно  $f(x) \in \{1, 2\}$ . Ответом на вопрос задачи должно быть число в десятичной записи.
3. Существуют ли такое конечное вероятностное пространство, вероятностная мера на нем и события  $A$  и  $B$ , такие что  $\text{Pr}[A] > 0$ ,  $\text{Pr}[B] > 0$  и события  $A$  и  $B$  являются одновременно и независимыми, и несовместными?
4. Существует ли множество  $A$  и отношение  $R \subseteq A \times A$ , такие что отношение  $R \circ R$  транзитивно, а отношение  $R$  — не транзитивно?
5. Обозначим через  $\mathbb{R}_+$  множество (строго) положительных действительных чисел, а через  $\mathbb{R}_-$  — множество (строго) отрицательных действительных чисел. Изоморфны ли следующие порядки:  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  с покоординатным порядком и  $\mathbb{R}_- \times \mathbb{R}$  с покоординатным порядком?
6. Рассмотрим все такие подмножества  $A$  натуральных чисел, что для всех  $i, j \in A$ , таких что  $i \neq j$ , верно  $|i - j| \geq 2$ . Какова мощность множества всех таких подмножеств?
7. Дан простой неориентированный двудольный граф  $G$ , вершины которого поделены на доли  $A$  и  $B$ . Паросочетанием называется любое подмножество ребер в графе, никакие два ребра в котором не имеют общих концов. Паросочетание покрывает вершину графа, если оно содержит ребро, смежное этой вершине. В  $G$  есть два паросочетания. Докажите, что есть третье, которое покрывает все вершины первого паросочетания из доли  $A$  и все вершины второго паросочетания из доли  $B$ .
8. На неориентированном графе-цикле  $G$  на 40 вершинах случайно и равновероятно выбирается раскраска вершин в черный и белый цвета. Рассмотрим подграф  $H$ , состоящий из всех вершин белого цвета и всех ребер  $G$  между вершинами белого цвета. Найдите математическое ожидание числа компонент связности в графе  $H$ .

Группа			ФИО				
1	2	3	4	5	6	7	8