

1. Сколько есть 6-значных чисел, в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?
2. 4 человека должны унести 9 различных предметов. Сколькими способами это можно сделать, если каждый способен унести любое количество имеющихся предметов?
3. 2 человека должны унести 8 различных предметов. Сколькими способами это можно сделать, если каждый готов взять 4 предмета?
4. Сколькими способами можно выстроить 8 человек в очередь так, чтобы Иванов, Петров и Сидоров стояли рядом?
5. Сколько имеется 4-значных чисел, у которых каждая следующая (слева направо) цифра больше предыдущей?
6. Сколькими способами можно образовать 6 пар из 12 человек?
7. Сколькими способами можно разделить 15 одинаковых монет между 7 нумизматами так, чтобы каждому досталось хотя бы по монете?
8. Сколькими способами можно выбрать 6 чисел от 1 до 15, чтобы среди них не было двух, отличающихся на единицу?
9. Докажите равенства (предпочтительнее комбинаторное доказательство)
 - а) $\sum_{i=0}^n i \binom{n}{i} = n2^{n-1}$;
 - б) $\sum_{k=0}^n \binom{d+k}{d} = \binom{d+1+n}{d+1}$.
10. Разложением числа n называется такая последовательность положительных целых чисел x_1, x_2, \dots, x_k , что $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$. Найдите количество разложений n на нечетные слагаемые.
11. Разбиением числа n на k частей называется такая невозрастающая последовательность положительных целых чисел $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k$, что $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = n$. Найдите рекуррентное соотношение для $p_k(n)$ — количества разбиений числа n на k частей.
- 12*. Сколькими способами можно разрезать правильный n -угольник на треугольники, проводя диагонали?
- 13*. Сколько есть таких последовательностей целых чисел a_1, \dots, a_n , что $a_1 = 0$ и $0 \leq a_{i+1} \leq a_i + 1$ для $1 \leq i < n$?
14. Чего больше, разбиений числа N на не более чем k слагаемых, или разбиений числа $N + k$ на ровно k слагаемых?
15. Чего больше, разбиений N на слагаемые, не превосходящие k , или разбиений N на не более чем k слагаемых?
- 16*. Чего больше, разбиений n на различные слагаемые или на нечетные слагаемые?
17. Докажите, что количество способов расставить n ферзей на доске $n \times n$ так, чтобы ни один ферзь не бил другого, чётно.
- 18*. Рассмотрим правильный $2n$ -угольник. Сколькими способами можно разбить его вершины на пары так, чтобы отрезки, соединяющие парные вершины, не пересекались?