

1. Счётно ли множество бесконечных двоичных последовательностей $b_0, b_1, \dots, b_n, \dots$, в которых
 - а) каждый отрезок чётной длины $b_i, b_{i+1}, \dots, b_{i+2k-1}$ содержит поровну нулей и единиц?
 - б) каждый отрезок нечётной длины $b_i, b_{i+1}, \dots, b_{i+2k}$ содержит почти поровну нулей и единиц (модуль разности равен 1)?
2. Докажите, что множество бесконечных последовательностей действительных чисел равномощно \mathbb{R} .
3. Существует ли континуальное семейство непересекающихся континуальных подмножеств \mathbb{R} ?
4. Докажите, что множество непересекающихся восьмёрок на плоскости конечно или счётно. (Восьмёрка — это объединение двух касающихся внешним образом окружностей.)
5. Докажите, что отношений эквивалентности на множестве натуральных чисел континуум.
6. Верно ли, что отношений эквивалентности на множестве натуральных чисел, в которых каждый класс эквивалентности конечен, тоже континуум?
7. Верно ли, что множество функций $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ имеет мощность континуум?
- 8*. Множество X называется ограниченным, если для некоторого числа M и любого $x \in X$ выполняется неравенство $|x| \leq M$. Верно ли, что множество ограниченных подмножеств \mathbb{R} имеет мощность континуум?
- 9*. Существует ли такое семейство подмножеств натуральных чисел, что (а) пересечение любых двух различных множеств в этом семействе конечно; (б) мощность семейства — континуум?
- 10*. Существует ли такое семейство подмножеств натуральных чисел, что (а) множества в этом семействе линейно упорядочены по включению; (б) мощность семейства — континуум?
- 11*. Докажите, что множество непрерывных функций $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ имеет мощность континуум.