1. Приведите примеры, в которых условная вероятность $\Pr[A \mid B]$ больше вероятности $Pr[A]$, меньше её, а также равна ей.

2. Есть три внешне одинаковых мешочка. В одном лежит две золотых монеты, во втором — одна золотая и одна серебряная монета, в третьем — две серебряные.

Вы выбрали случайно и равновозможно один из мешочков и наугад достали из него монету. Она оказалась золотой. Какова вероятность, что и вторая монета в выбранном мешочке золотая?

3. Четыре человека А, Б, В, Г становятся в очередь в случайном порядке. Найдите **а)** условную вероятность того, что А первый, если Б последний; **б)** условную вероятность того, что А первый, если А не последний; **в)** условную вероятность того, что А первый, если Б не последний; **г)** условную вероятность того, что А первый, если Б стоит в очереди позже А; **д)** условную вероятность того, что А стоит в очереди раньше Б, если известно, что А раньше В.

4. Бросают кубик. Независимы ли события «выпало чётное число очков» и «выпало число очков, кратное 3»?

5. Выбирается случайная перестановка $x_1, x_2, \ldots, x_{49}$ чисел от 1 до 49 (все перестановки равновозможны). Независимы ли события

а) «$x_{24} > x_{25}$» и «$x_{25} > x_{26}$»?

б) «x_{24} больше всех последующих» и «x_{25} больше всех последующих»?

6. Пять человек независимо друг от друга выбирают случайно и равновозможно одно из чисел от 0 до 9. Какое из событий более вероятно: «все выбранные числа различны» или «все выбранные числа делятся на 2»?

7. Пусть события A и B независимы, и вероятность события $\overline{B}$ положительна. Докажите, что события A и $\overline{B}$ независимы.

8. Пусть A и B — события положительной вероятности, отличной от 1. Докажите, что по любым трём из величин $\Pr[A \,|\, B]$, $\Pr[A \,|\, \bar{B}]$, $\Pr[B]$, $\Pr[B \,|\, A]$ можно найти четвёртую.

9. В суперфинале телешоу вам предлагается угадать в какой из трёх коробок лежит суперприз (приз лежит только в одной коробке). После того как вы выбираете коробку, ведущий открывает одну из других коробок, в которой приз не лежит, и предлагает вам выбрать из двух оставшихся коробок, то есть либо указать на ту же коробку, что и в начале, либо изменить свой выбор. Какой вариант выгоднее?

10*. Двое играют в такую игру: каждый ставит на свою последовательность орлов и решек (т.е. выбирает слово в алфавите $\{\text{О}, \text{Р}\}$), после чего подбрасывается монета. Выигрывает тот из игроков, чья ставка появилась раньше.

Игрок А ставит на РРО, Б ставит на ОРР, В ставит на ООР, Г ставит на РОО. Докажите, что вероятность выигрыша игрока А у игрока Б равна 1/4, вероятность выигрыша игрока Б у игрока В равна 1/3, вероятность выигрыша игрока В у игрока Г равна 1/4, вероятность выигрыша игрока Г у игрока А равна 1/3.