Дискретная математика **Домашнее задание 3**

1. Верно ли, что для любых множеств A и B выполняется равенство $(A \setminus B) \cap ((A \cup B) \setminus (A \cap B)) = A \setminus B$?

2. Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство

$$((A \setminus B) \cup (A \setminus C)) \cap (A \setminus (B \cap C)) = A \setminus (B \cup C)?$$

3. Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется равенство $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$?

4. Верно ли, что для любых множеств A, B и C выполняется включение $(A \cup B) \setminus (A \setminus B) \subseteq B$?

5. Докажите, что представление булевой функции в виде стандартного многочлена Жегалкина единственно. (В стандартный многочлен Жегалкина все переменные входят в степени не выше 1.)

6. Является ли полной система связок $\{\vee; \rightarrow\}$?

7. Является ли полной система связок $\{\neg, \mathrm{MAJ}(x_1, x_2, x_3)\}$? Здесь $\mathrm{MAJ}(x_1, x_2, x_3)$ — булева функция, значение которой совпадает с тем значением, которое принимает большинство переменных.

8. Сколькими способами можно закрасить клетки таблицы 3×4 так, чтобы незакрашенные клетки содержали или верхний ряд, или нижний ряд, или две средних вертикали?

9. Для полета на Марс набирают группу людей, в которой каждый должен владеть хотя бы одной из профессий повара, медика, пилота или астронома. При этом в техническом задании указано, что каждой профессией из списка должно владеть ровно 6 человек в группе. Кроме того указано, что в группе должен найтись ровно один человек, владеющий всеми этими профессиями; каждой парой профессий должны владеть ровно 4 человека; каждой тройкой — ровно 2.

Выполнимо ли такое техническое задание?