

1. Пусть \leq — рефлексивное и транзитивное бинарное отношение (не обязательно антисимметричное). Определим отношение \sim следующим правилом: $x \sim y$ тогда и только тогда, когда $x \leq y$ и $y \leq x$. Докажите, что \sim — отношение эквивалентности.

2. Сколько есть порядков на n -элементном множестве, в которых ровно одна пара элементов несравнима?

3. Рассмотрим два порядка: делители числа 30 (положительные целые числа, на которые 30 делится нацело) с отношением делимости ($x \mid y$ по определению означает, что y делится на x нацело) и подмножества множества $\{1, 2, 3\}$ с порядком по включению $x \subseteq y$.

Изоморфны ли эти порядки?

4. Изоморфны ли линейные порядки $\mathbb{Z} + \mathbb{Q}$ и $\mathbb{Q} + \mathbb{Z}$?

5. Изоморфны ли линейные порядки $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ и $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

6. Изоморфны ли линейные порядки $\mathbb{Z} \times \mathbb{Q}$ и $\mathbb{N} \times \mathbb{Q}$?

7. Рассмотрим множество невозрастающих бесконечных последовательностей натуральных чисел с лексикографическим порядком. Является ли это множество фундированным?

8*. Рассмотрим для произвольного k множество \mathbb{N}^k с отношением покоординатного порядка. Существует ли в нем бесконечное подмножество, любые два элемента которого не сравнимы?

9*. Пусть $P(x)$ и $Q(x)$ — два многочлена с натуральными (целыми неотрицательными) коэффициентами. Будем говорить, что P меньше Q , если $P(x) < Q(x)$ для всех достаточно больших x . Существует ли бесконечная последовательность многочленов P_1, P_2, \dots , в которой каждый следующий меньше предыдущего?