

1. Верно ли, что если $A \setminus B$ бесконечно, а B счетно, то $A \setminus B$ равномощно A ?
2. Верно ли, что если A бесконечно, а B счетно, то $A \Delta B$ равномощно A ?
3. Установите взаимно однозначное соответствие между окружностью единичного радиуса и множеством действительных чисел \mathbb{R} .
4. Действительное число называется алгебраическим, если оно является корнем многочлена с целыми коэффициентами. Докажите, что множество алгебраических чисел счетно.
5. Докажите, что любое множество непересекающихся интервалов на прямой конечно или счётно.
6. Докажите, что всякое бесконечное множество содержит бесконечное число непересекающихся счетных подмножеств.
7. Установите взаимно однозначное соответствие между квадратом (с внутренностью) и кругом.
8. Докажите, что функция $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, которая задана правилами $f(2k) = 0$, $f(2k + 1) = 1$, не представляется в виде суммы двух биекций.
- 9*. Разбейте единичный круг (с границей) на непересекающиеся отрезки ненулевой длины.
- 10*. Докажите, что любые два счетных плотных линейных порядка без минимального и максимального элемента изоморфны.
- 11*. Докажите, что для всякой функции $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ существуют три биекции $g_1, g_2, g_3: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, такие что для всякого целого x верно $f(x) = g_1(x) + g_2(x) + g_3(x)$.