

1. Во сколько раз доля блондинов среди голубоглазых больше доли голубоглазых среди блондинов, если всего голубоглазых вдвое больше, чем блондинов?
2. Заранее известно, что пациент болен тяжелой болезнью с вероятностью 10^{-5} . Ему сделали тест на эту болезнь, который дает правильный результат с вероятностью 99%. Найдите отношение вероятностей событий «пациент болен этой болезнью» и «пациент не болен этой болезнью» при условии, что результат теста положительный.
3. Какова вероятность того, что случайно взятое число от 1 до 100 делится на 2, при условии, что оно делится на 3?
4. В розыгрыше лото случайно выбираются 5 чисел из множества $\{1, 2, \dots, 36\}$. Независимы ли события «среди выбранных чисел есть 2» и «среди выбранных чисел есть 3»?
5. Жюри из трех человек нужно принять одно из двух возможных решений, одно из которых правильное. Два члена жюри независимо друг от друга принимают правильное решение с вероятностью p , а третий случайно выбирает одно из двух возможных решений с равными вероятностями. Окончательное решение жюри выносится большинством голосов. Какова вероятность, что жюри примет правильное решение? (Сравните ее с вероятностью p правильного решения, принимаемого одним добросовестным членом жюри.)
6. Король предлагает узнику разложить десять белых и десять чёрных шаров по двум одинаковым коробкам (надо использовать все шары; в каждой коробке должен быть хотя бы один шар). После этого сначала король выбирает случайно одну из коробок, каждую с вероятностью $1/2$, а затем из выбранной коробки выбирает случайный шар, все с равными вероятностями. Если шар чёрный, то узника казнят, если белый — отпускают. Как нужно разложить шары, чтобы вероятность выжить была максимальной?
7. Двое игроков играют матч из 20 партий; выигрывает тот, кто первым наберёт 10 очков (за победу даётся одно очко, за проигрыш ноль, ничьих не бывает). Считая все варианты (любые комбинации из двадцати выигрышей и проигрышей) равновероятными, найдите вероятность того, что первый игрок выиграет матч, если после 15 игр счёт был $8 : 7$ в его пользу.
8. Двое играют в бой яиц. Перед ними стоит корзина с яйцами. Они наугад берут по яйцу и ударяют их носами. Разбитое яйцо выбрасывается и побеждённый берёт новое, а победитель раунда сохраняет своё яйцо для следующего раунда (предполагается, что победившее яйцо сохранило свою прочность и что исход каждого раунда зависит только от относительного качества яиц). Какова вероятность победы в $(n + 1)$ -м раунде после победы в предыдущих?