

## Программа курса "Коммуникационная сложность". Осень 2007.

Н.К.Верещагин, В.В. Подольский

1. Постановка задачи. Коммуникационный протокол. Коммуникационная сложность функции. Функция CIS.
2. Метод трудного множества, метод размера прямоугольников. Оценки сложности функций EQ, GT, DISJ и IP.
3. Метод рангов. Нижняя оценка сложности функции IP методом рангов.
4. Покрытия входов функции одноцветными прямоугольниками и недетерминированная коммуникационная сложность. Разрыв между детерминированной и недетерминированной сложностью не более чем экспоненциальный. Недетерминированная сложность функции EQ.
5. Соотношение между детерминированной и недетерминированной сложностью:  $D(f) = O(N^0(f)N^1(f))$ .
6. Детерминированная и недетерминированная сложность функции  $DISJ_k$ .
7. Метод размера прямоугольников дает почти точную оценку на недетерминированную сложность. Недетерминированная сложность функции NE и метод размера прямоугольников.
8. Метод трудного множества не сильнее метода рангов и слабее метода размера прямоугольников.
9. Неравенство Чернова. Неравенство Хёвдинга.
10. Вероятностные протоколы. Нулевая, односторонняя и двусторонняя ошибка. Сложность протокола в среднем и в худшем случае. Сложность функции EQ с односторонней ошибкой.
11. Оценки на вероятностную сложность с нулевой ошибкой и с односторонней ошибкой с помощью недетерминированной сложности. Разрыв между детерминированной сложностью и вероятностной сложностью с двусторонней ошибкой не более чем экспоненциальный. Вероятностная сложность функций EQ и NE.
12. Вероятностная сложность с общими случайными битами. Функция NE. Вероятностная сложность с общими случайными битами не сильно меньше чем вероятностная сложность с частными случайными битами.
13. Сложность с распределением. Связь между сложностью с двусторонней ошибкой и сложностью с распределением. Пестрота. Нижняя оценка сложности с распределением. Вероятностная сложность с двусторонней ошибкой функции IP.

14. Машины Тьюринга. Нижние оценки на память и на произведение памяти и времени для многоленточных машин. Оценки для языка палиндромов. Нижняя оценка числа состояний конечного детерминированного автомата, при преобразовании недетерминированного автомата в детерминированный. Нижняя оценка на время для одноленточных машин.
15. Коммуникационная сложность отношений. Универсальное отношение. Сложность отношения  $R_{\oplus}$ .
16. Булевы схемы. Связь между глубиной схем для функций и сложностью отношений. Связь между размером формул для функций и числом прямоугольников в протокольном разбиении. Неравенство Храпченко. Функция  $\oplus$ .
17. Детерминированная и недетерминированная сложность функции  $LNE_{l,k}$ .
18. Нижняя оценка  $\Omega(\log^2 n)$  на глубину монотонных схем для функции "покрытие множествами".
19. Сложность с худшим разбиением. Сложность с лучшим разбиением. Функции PAR и MAJ. Функция SEQ.
20. Нижняя оценка на размер  $Q$ -схем. Пороговые схемы. Нижняя оценка на размер пороговых схем глубины 2 с ограниченными весами для функции IP.
21. Верхняя оценка на веса порогового элемента.
22. Верхняя оценка на вероятностную сложность функции GT:  $R_{\epsilon}(GT) = O(\log \frac{n}{\epsilon})$ . Нижняя оценка на размер пороговых схем глубины 2 с ограниченными весами у порогового элемента в вершине для функции IP.
23. Ветвящиеся программы. Нижняя оценка на ширину OBDD. Функция SEQ. Нижняя оценка на длину и ширину рассеянной ветвящейся программы. Функция MAJ.