

ВОПРОСЫ к коллоквиуму по алгебре
группа 141 (МФиФМ), осенний семестр 2021 г.
лектор – Ю. Г. Прохоров

- (1) Системы уравнений. Метод Гаусса. Системы однородных уравнений. Связь однородных и неоднородных систем линейных уравнений.
- (2) Матрицы. Сложение и умножение матриц. Ассоциативность умножения. Матричная запись систем линейных уравнений. Понятие кольца. Кольцо матриц.
- (3) Произведение подстановок. Обратная и единичные подстановки. Понятие группы. Транспозиции. Разложение подстановки в произведение транспозиций.
- (4) Число подстановок. Независимые подстановки (коммутирование). Циклы. Разложение подстановки в произведение независимых циклов.
- (5) Четность. Корректность определения четности. Четность произведения подстановок. Четность обратной подстановки. Число четных и нечетных подстановок. Группа A_n .
- (6) Определители. Определитель транспонированной матрицы. Вычисление определителя при помощи элементарных преобразований.
- (7) Полилинейность и кососимметричность определителя. Эквивалентное определение определителя (как полилинейной кососимметрической формы).
- (8) Определитель с углом нулей. Разложение (и фальшивое) определителя по строке.
- (9) Определитель Вандермонда. Теорема и формулы Крамера.
- (10) Определитель произведения матриц.
- (11) Обратная матрица. Единицы и обратные элементы в ассоциативном кольце (единственность). Критерий существования обратной матрицы. Формула для обратной матрицы.
- (12) Вычисление обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Делители нуля в кольце. Делители нуля в кольце матриц. Группы GL_n и SL_n .
- (13) Векторные пространства. Линейная зависимость. Лемма о линейной зависимости. Критерий невырожденности матрицы.
- (14) Базис. Координаты. Размерность векторного пространства и подпространства. Ранг матрицы. Ранг суммы матриц.
- (15) Ранг произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.
- (16) Критерий совместности системы линейных уравнений. Решения однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
- (17) Линейные отображения и изоморфизмы векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств одной размерности.
- (18) Гомоморфизмы групп и колец. Ядро и образ гомоморфизма.
- (19) Поля. Определение, свойства, примеры. Конечномерная ассоциативная алгебра без делителей нуля является алгеброй с делением.
- (20) Поле комплексных чисел. Аксиоматическое определение, существование, единственность. Алгебраическая запись. Вещественная и мнимая части. Комплексное сопряжение.