

Доказательства по индукции

Сформулируйте и докажите в Соф:

1. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$;
2. $\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} a_{ij} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{n-1} a_{ij}$;
3. $2^n > n$;
4. $2^n > n^2$ при $n \geq 5$;
5. $n! > 2^n$ при $n \geq 4$;
6. $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ для целых $x \geq -1$;
7. $4^n + 15n - 1 \vdots 9$;
8. $11^{n+2} + 12^{2n+1} \vdots 133$;
9. $2^{\sum_{i=0}^{n-1} a_i} = \prod_{i=0}^{n-1} 2^{a_i}$;
10. $\sum_{k=0}^{n-1} a_k b_k = \sum_{k=0}^{n-2} \left(\sum_{i=0}^k a_i \right) (b_k - b_{k+1}) + \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i \right) b_n$.