

Задачи к спецкурсу «Категориальные грамматики Ламбека»

Часть 2

Задача 18. Существуют ли такие два типа $A, B \in \text{Tr}(\backslash)$, что $A \leftrightarrow_{L^*(\backslash)} B$, но $A \neq B$?

Задача 19. Существуют ли такие типы $A \in \text{Tr}(\backslash)$ и $B \in \text{Tr}(\backslash, /)$, что $A \leftrightarrow_L B$ и $A \neq B$?

Задача 20*. Существуют ли такие типы A и B , что $L^* \vdash A^n \rightarrow B$ (A^n означает последовательность из повторенного n раз типа A) для любого $n \geq 0$, но $L^* \not\vdash AB \rightarrow B$?

Задача 21. а) (F. Métyayer, 1999) Зафиксируем натуральное число N и рассмотрим формулы

$$A_i = \underbrace{q^\perp \wp \dots \wp q^\perp}_{i+3} \wp q \wp \underbrace{q^\perp \wp \dots \wp q^\perp}_{N-i+3}$$

в исчислении MCLL ($i = 1, \dots, N$). Докажите, что, если секвенция $\rightarrow \Gamma$ содержит только переменные p_1, \dots, p_N , то

$$\text{MCLL} \vdash \rightarrow \Gamma \iff \text{MCLL} \vdash \rightarrow \Gamma[p_1 := A_1, \dots, p_N := A_N].$$

б) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для L^* .

в) Постройте *бесконечную* последовательность формул B_1, B_2, B_3, \dots от одной переменной q , такую что для любой секвенции $\rightarrow \Gamma$ исчисления MCLL выполнено

$$\text{MCLL} \vdash \rightarrow \Gamma \iff \text{MCLL} \vdash \rightarrow \Gamma[p_1 := B_1, p_2 := B_2, p_3 := B_3, \dots].$$

* * *

Задача 22. а) Пусть $L \vdash (\Pi \rightarrow C)[p_1 := p_1 \setminus p_1, p_2 := p_2 \setminus p_2, \dots]$. Верно ли, что $L \vdash \Pi \rightarrow C$?

б) Тот же вопрос для исчисления L^* .