

Категориальные грамматики

Лекция 8 (06.04.2016). Часть 2

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,
весенний семестр 2015–2016 учебного года

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} \quad (\rightarrow /), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} \quad (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} \quad (\rightarrow \setminus), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} \quad (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, x : A, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, \Delta \rightarrow u[x := v] : C} \quad (\text{cut})$$

Неопределённый артикль

A cat runs.

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Неопределённый артикль

A cat runs.

$np/n \quad n \quad np \setminus s \quad \rightarrow \quad s$

Синтаксически хорошо...

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s$ $\rightarrow s$

Синтаксически хорошо... семантически плохо! 😞

Неопределённый артикль

A cat runs.

np/n n $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... семантически плохо! ☹️

$A(\text{CAT}): D$

Неопределённый артикль

A cat runs.

$np/n \quad n \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\rightarrow np}$

Синтаксически хорошо... семантически плохо! ☹️

$A(\text{CAT}): D$

В D нет объекта “a cat”.

Неопределённый артикль

$$\begin{array}{ccccccc} A & \text{cat} & \text{runs.} & & & & \\ np/n & n & np \setminus s & \rightarrow & s & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & \\ \rightarrow np & & & & & & \end{array}$$

Синтаксически хорошо... семантически плохо! ☹️

$A(\text{CAT}): D$

В D нет объекта “a cat”.

Неправильная семантика: $\text{RUN}(A(\text{CAT}))$.

Неопределённый артикль

$$\begin{array}{ccccccc} A & \text{cat} & \text{runs.} & & & & \\ np/n & n & np \setminus s & \rightarrow & s & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & \\ \rightarrow np & & & & & & \end{array}$$

Синтаксически хорошо... семантически плохо! ☹️

$A(\text{CAT}): D$

В D нет объекта “a cat”.

Неправильная семантика: $\text{RUN}(A(\text{CAT}))$.

Правильная семантика: $\exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x))$.

Кванторы

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Кванторы

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P: D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

Кванторы

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P: D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Кванторы и логические операции

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P: D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\text{AND: } T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{OR: } T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{NOT: } T \rightarrow T$$

Кванторы и логические операции

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P: D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\text{AND: } T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{OR: } T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\text{NOT: } T \rightarrow T \quad (\text{отрицание: } 0 \mapsto 1, 1 \mapsto 0)$$

Кванторы и логические операции

$$\exists: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$\forall: (D \rightarrow T) \rightarrow T$$

Классическая интерпретация.

Пусть $P: D \rightarrow T$. Тогда

$$\exists(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ хотя бы для одного } a;$$

$$\forall(P) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad P(a) = 1 \text{ для всех } a.$$

В математике вместо $\exists(P)$ или $\exists(\lambda x.P(x))$ пишут $\exists x P(x)$,
то же для \forall .

Логические операции:

$$\wedge: T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\vee: T \rightarrow (T \rightarrow T)$$

$$\neg: T \rightarrow T \quad (\text{отрицание: } 0 \mapsto 1, 1 \mapsto 0)$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A cat runs.

Неопределённый артикль и поднятие типа

A cat runs.
 $(s / (np \setminus s)) / n$ n $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np \setminus s \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), np \setminus s \rightarrow s}}{(s / (np \setminus s)) / n, n, np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np \setminus s \rightarrow np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN

$$\frac{\text{CAT} : n \rightarrow \text{CAT} : n \quad \frac{\text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN} : np \setminus s \quad s \rightarrow s}{s / (np \setminus s), \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN

$$\frac{\text{CAT} : n \rightarrow \text{CAT} : n \quad \lambda Q. \exists x (\text{CAT}(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

$\text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN} : np \setminus s \quad s \rightarrow s$

Неопределённый артикль и поднятие типа

$$\begin{array}{ccc}
 \text{A} & \text{cat} & \text{runs.} \\
 (s / (np \setminus s)) / n & n & np \setminus s \rightarrow s \\
 \lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) & \text{CAT} & \text{RUN}
 \end{array}$$

$$\frac{\text{CAT} : n \rightarrow \text{CAT} : n \quad \frac{\text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN} : np \setminus s \quad \exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x)) : s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists x (\text{CAT}(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

Неопределённый артикль и поднятие типа

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT} : n \rightarrow \text{CAT} : n \quad \frac{\text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN} : np \setminus s \quad \exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x)) : s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists x (\text{CAT}(x) \wedge Q(x)) : s / (np \setminus s), \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x)) : (s / (np \setminus s)) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x)) : s}$$

Отрицание

No
 $(s / (np \setminus s)) / n$

elf dies.
 $n \quad np \setminus s \rightarrow s$

Отрицание

No	elf	dies.
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \neg (\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$	ELF	DIE

Отрицание

No
 $(s / (np \setminus s)) / n$
 $\lambda P. \lambda Q. \neg (\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$

elf dies.
 $n \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$
ELF DIE

$\neg (\exists x. (ELF(x) \wedge DIE(x)))$

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

А cat runs.

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

John	sees	a	cat.	
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus s) / n$	n	$\rightarrow s$

John	gives	Whiskas	to	a	cat.	
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np	pp / np	$((s / np) \setminus s) / n$	n	$\rightarrow s$

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

John	sees	a	cat.	
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus s) / n$	n	$\rightarrow s$
JOHN	SEE	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	

John	gives	Whiskas	to	a	cat.	
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np	pp / np	$((s / np) \setminus s) / n$	n	$\rightarrow s$
JOHN	GIVE	WHISKAS	$\lambda z. z$	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

John	sees	a	cat.
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	SEE	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	gives	Whiskas	to	a	cat.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np	pp / np	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	GIVE	WHISKAS	$\lambda z. z$	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	sent	a	letter	to	Suzy.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$?	n	pp / np	np
					$\rightarrow s$

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

John	sees	a	cat.
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	SEE	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	gives	Whiskas	to	a	cat.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np	pp / np	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	GIVE	WHISKAS	$\lambda z. z$	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	sent	a	letter	to	Suzy.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	$((s / pp / np) \setminus s) / pp / n$	n	pp / np	np
					$\rightarrow s$

Трудности с поднятием

☹ Для разных позиций нужно разные поднятия (разные синтаксис и семантика для “а”).

A	cat	runs.	
$(s / (np \setminus s)) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT	RUN	

John	sees	a	cat.
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	SEE	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	gives	Whiskas	to	a	cat.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	np	pp / np	$((s / np) \setminus s) / n$	$n \rightarrow s$
JOHN	GIVE	WHISKAS	$\lambda z. z$	$\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$	CAT

John	sent	a	letter	to	Suzy.
np	$((np \setminus s) / pp) / np$	$((s / pp / np) \setminus s) / pp / n$	n	pp / np	np
JOHN	SENT	$\lambda P. \lambda x. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)(x))$	LETTER	$\lambda z. z$	SUZY
					$\rightarrow s$

Новая операция «поднятие»

Если A и B — синтаксические типы, то $B \uparrow A$ — тоже синтаксический тип.

Новая операция «поднятие»

Если A и B — синтаксические типы, то $B \uparrow A$ — тоже синтаксический тип.

Семантический тип: $\tau(B \uparrow A) = (\tau(B) \rightarrow \tau(A)) \rightarrow \tau(A)$.

Новая операция «поднятие»

Если A и B — синтаксические типы, то $B \uparrow A$ — тоже синтаксический тип.

Семантический тип: $\tau(B \uparrow A) = (\tau(B) \rightarrow \tau(A)) \rightarrow \tau(A)$.

Например: $\tau(np \uparrow s) = (D \rightarrow T) \rightarrow T$.

Новая операция «поднятие»

Если A и B — синтаксические типы, то $B \uparrow A$ — тоже синтаксический тип.

Семантический тип: $\tau(B \uparrow A) = (\tau(B) \rightarrow \tau(A)) \rightarrow \tau(A)$.

Например: $\tau(np \uparrow s) = (D \rightarrow T) \rightarrow T$.

Правила вывода:

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v) : A, \Gamma_2 \rightarrow w : C}{\Gamma_1, \Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w : C}$$

$$\frac{\Gamma \rightarrow u : B}{\Gamma \rightarrow \lambda x.(x(u)) : (B \uparrow A)}$$

Пример с \uparrow

$$\begin{array}{c} A \\ (np \uparrow s) / n \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{cat} & \text{runs.} & \\ n & np \setminus s & \rightarrow s \end{array}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

$\frac{A}{(np \uparrow s) / n}$	cat	runs.	
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	n	$np \setminus s \rightarrow s$	
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T \Rightarrow T$	
CAT	RUN		

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np, np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{np \uparrow s, np \setminus s \rightarrow s}}{(np \uparrow s) / n, n, np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T \Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np, np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{np \uparrow s, np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)) : (np \uparrow s) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T \Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN

$$\frac{np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x) : s \quad (\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \text{RUN}(x)) : s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)) : np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)) : (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x) : s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge (\lambda x. \text{RUN}(x))(y)) : s \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad \lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)) : np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)) : (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T \Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge \text{RUN}(y)): s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v) : A, \Gamma_2 \rightarrow w : C}{\Gamma_1, \Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w : C}$$

A	cat	runs.
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T \Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{x : np, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x) : s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge \text{RUN}(y)) : s \rightarrow s}{\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)) : np \uparrow s, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)) : (np \uparrow s) / n, \text{CAT} : n, \text{RUN} : np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x))$$

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	\forall
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	\exists
...			

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\forall =_{\beta\eta} \lambda P.(\forall xP(x))$
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\exists =_{\beta\eta} \lambda P.(\exists xP(x))$
...			

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\forall =_{\beta\eta} \lambda P.(\forall xP(x))$
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\exists =_{\beta\eta} \lambda P.(\exists xP(x))$
...			

Упражнения:

- ▶ John sees a cat.
- ▶ John gave Whiskas to a cat.
- ▶ Every cat runs.
- ▶ John sent a letter to Suzy.
- ▶ John gave the paper or the book to Suzy.
- ▶ Everyone loves someone.

(В последнем примере должно получиться 2 разных семантических значения.)