

Категориальные грамматики

Лекция 9 (13.04.2016)

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,
весенний семестр 2015–2016 учебного года

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, x : A, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, \Delta \rightarrow u[x := v] : C} (\text{cut})$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} \quad (\rightarrow /), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} \quad (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} \quad (\rightarrow \setminus), \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} \quad (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v) : A, \Gamma_2 \rightarrow w : C}{\Gamma_1, \Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w : C}$$

$$\frac{\Gamma \rightarrow u : B}{\Gamma \rightarrow \lambda x.(x(u)) : (B \uparrow A)}$$

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	\forall
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	\exists
...			

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\forall =_{\beta\eta} \lambda P.(\forall xP(x))$
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\exists =_{\beta\eta} \lambda P.(\exists xP(x))$
...			

Кванторы в естественных языках

a	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
every	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
no	$(np \uparrow s) / n$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$\lambda P.\lambda Q.\neg(\exists x(P(x) \wedge Q(x)))$
everyone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\forall =_{\beta\eta} \lambda P.(\forall xP(x))$
someone	$np \uparrow s$	$(D \rightarrow T) \rightarrow T$	$\exists =_{\beta\eta} \lambda P.(\exists xP(x))$
...			

Упражнения:

- ▶ John sees a cat.
- ▶ John gave Whiskas to a cat.
- ▶ Every cat runs.
- ▶ John sent a letter to Suzy.
- ▶ John gave the paper or the book to Suzy.
- ▶ Everyone loves someone.

(В последнем примере должно получиться 2 разных семантических значения.)

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad \Gamma_1, u(\lambda x.v): A, \Gamma_2 \rightarrow w: C}{\Gamma_1, \Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2, \Gamma_2 \rightarrow w: C}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

	A	cat	runs.
	$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s \rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np, np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{np \uparrow s, np \setminus s \rightarrow s}}{(np \uparrow s) / n, n, np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np, np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{np \uparrow s, np \setminus s \rightarrow s}}{\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s}{}$$

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{}$$

$$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s \quad s \rightarrow s$$

$$\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \lambda Q.\exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

$$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{\text{CAT}: n \rightarrow \text{CAT}: n \quad \lambda Q.\exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}{\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad (\lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)))(\lambda x. \text{RUN}(x)): s \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad \lambda Q. \exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\lambda P. \lambda Q. \exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge (\lambda x.\text{RUN}(x))(y)): s \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad \lambda Q.\exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

$\frac{A}{(np \uparrow s) / n}$	cat	runs.	
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	n	$np \setminus s \rightarrow s$	$\rightarrow s$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
	CAT	RUN	

$$\frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge \text{RUN}(y)): s \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad \lambda Q.\exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

Пример с \uparrow

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

A	cat	runs.	
$(np \uparrow s) / n$	n	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$	$D \rightarrow T$	$D \rightarrow T$	$\Rightarrow T$
$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y))$	CAT	RUN	

$$\frac{x: np, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow \text{RUN}(x): s \quad \exists y (\text{CAT}(y) \wedge \text{RUN}(y)): s \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad \lambda Q.\exists y (\text{CAT}(y) \wedge Q(y)): np \uparrow s, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s}$$

$$\lambda P.\lambda Q.\exists y (P(y) \wedge Q(y)): (np \uparrow s) / n, \text{CAT}: n, \text{RUN}: np \setminus s \rightarrow s$$

$$\exists x (\text{CAT}(x) \wedge \text{RUN}(x))$$

Пример с \uparrow : неоднозначность

Everyone loves someone. $\rightarrow s$

$np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$ $np \uparrow s$

\forall LOVE \exists

Пример с \uparrow : неоднозначность

Everyone loves someone.
 $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$ $np \uparrow s$ $\rightarrow s$
 \forall LOVE \exists

$$\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}$$

$$\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}$$

Пример с \uparrow : неоднозначность

Everyone loves someone.
 $np \uparrow s$ ($np \setminus s$) / np $np \uparrow s$ $\rightarrow s$
 \forall LOVE \exists

$$\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}$$

$$\forall x \exists y (\text{LOVE}(y)(x))$$

$$\frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}$$

$$\exists y \forall x (\text{LOVE}(y)(x))$$

the girl whom John loves
 np/n n $(n \setminus n)/(s/np)$ np $(np \setminus s)/np$

the girl whom John loves
 np/n n $(n \setminus n)/(s/np)$ np $(np \setminus s)/np$

the girl who loves Pete
 np/n n $(n \setminus n)/(np \setminus s)$ $(np \setminus s)/np$ np

the girl whom John loves
 np/n n $(n \setminus n)/(s/np)$ np $(np \setminus s)/np$

the girl who loves Pete
 np/n n $(n \setminus n)/(np \setminus s)$ $(np \setminus s)/np$ np

the girl whom John met yesterday
 np/n n ? np $(np \setminus s)/np$ $(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)$

the girl whom John loves
 np/n n $(n \setminus n)/(s/np)$ np $(np \setminus s)/np$

the girl who loves Pete
 np/n n $(n \setminus n)/(np \setminus s)$ $(np \setminus s)/np$ np

the girl whom [John met x yesterday]
 np/n n ? np $(np \setminus s)/np$ np $(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)$

Управляемая перестановочность

Новая связка: !

Управляемая перестановочность

Новая связка: !

Семантически нейтральная: $\tau(!A) = \tau(A)$, терм не меняется.

Управляемая перестановочность

Новая связка: !

Семантически нейтральная: $\tau(!A) = \tau(A)$, терм не меняется.

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta \rightarrow C}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}$$

$$\frac{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow B}{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow !B}$$

$$\frac{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}$$

Управляемая перестановочность

Новая связка: !

Семантически нейтральная: $\tau(!A) = \tau(A)$, терм не меняется.

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta \rightarrow C}$$

$$\frac{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow B}{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow !B}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}$$

$$\frac{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}$$

the	girl	whom	John	met	yesterday
np/n	n	$(n \setminus n) / (s / !np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)$

Управляемая перестановочность

Новая связка: !

Семантически нейтральная: $\tau(!A) = \tau(A)$, терм не меняется.

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta \rightarrow C}$$

$$\frac{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow B}{!A_1, \dots, !A_n \rightarrow !B}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}$$

$$\frac{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}$$

the girl whom John met yesterday
 np/n n $(n \setminus n) / (s / !np)$ np $(np \setminus s) / np$ $(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)$

$$(s / !np) \leftrightarrow (!np \setminus s)$$

Управляемая перестановочность

$$\frac{np, (np \setminus n) / np, np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s}{np, (np \setminus n) / np, !np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s}$$
$$\frac{np, (np \setminus n) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s), !np \rightarrow s}{np / n, n, n \setminus n \rightarrow np \quad np, (np \setminus n) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s / !np}$$
$$\frac{np / n, n, (n \setminus n) / (s / !np), np, (np \setminus s) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow np$$

Управляемая перестановочность

$$\frac{np, (np \setminus n) / np, np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s}{np, (np \setminus n) / np, !np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s}$$
$$\frac{np, (np \setminus n) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s), !np \rightarrow s}{np / n, n, n \setminus n \rightarrow np \quad np, (np \setminus n) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow s / !np}$$
$$\frac{np / n, n, (n \setminus n) / (s / !np), np, (np \setminus s) / np, (np \setminus s) \setminus (np \setminus s) \rightarrow np}{}$$

На семантическом уровне ничего нового не происходит.

Glyn Morrill & Michael Moortgat with Raffaella Bernardi



Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

$$a \triangleright !(s/p)$$

$$b \triangleright !(p/q)$$

$$c \triangleright !(q/s)$$

$$c \triangleright !q$$

Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

$$a \triangleright !(s/p)$$

$$b \triangleright !(p/q)$$

$$c \triangleright !(q/s)$$

$$c \triangleright !q$$

Язык: MIX.

$\text{MIX} = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid \text{количества букв } a, b \text{ и } c \text{ в } w \text{ совпадают}\}$.

Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

$$a \triangleright !(s/p)$$

$$b \triangleright !(p/q)$$

$$c \triangleright !(q/s)$$

$$c \triangleright !q$$

Язык: MIX.

$\text{MIX} = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid \text{количества букв } a, b \text{ и } c \text{ в } w \text{ совпадают}\}.$

$$\text{MIX} \cap \mathcal{L}(a^+b^+c^+) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

$$a \triangleright !(s/p)$$

$$b \triangleright !(p/q)$$

$$c \triangleright !(q/s)$$

$$c \triangleright !q$$

Язык: MIX.

$MIX = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid \text{количества букв } a, b \text{ и } c \text{ в } w \text{ совпадают}\}$.

$$MIX \cap \mathcal{L}(a^+b^+c^+) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

Следовательно, язык MIX не контекстно-свободный.

Выход за класс контекстно-свободных языков

$$a \triangleright s/p$$

$$b \triangleright p/q$$

$$c \triangleright q/s$$

$$c \triangleright q$$

Язык: $(abc)^+$.

$$a \triangleright !(s/p)$$

$$b \triangleright !(p/q)$$

$$c \triangleright !(q/s)$$

$$c \triangleright !q$$

Язык: MIX.

$MIX = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid \text{количества букв } a, b \text{ и } c \text{ в } w \text{ совпадают}\}.$

$$MIX \cap \mathcal{L}(a^+b^+c^+) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

Следовательно, язык MIX не контекстно-свободный.

Задача*: Можно ли задать какой-нибудь не контекстно-свободный язык грамматикой с \uparrow (но без !)?

Острова

* girl whom John loves Mary and Pete hates
 $(n \setminus n) / (s / np)$ $\rightarrow s / np$

? girl whom Mary hates the boy who loves
 $\rightarrow s / np$

John met a girl whom everyone loves.
np (*np \ s*) / *np* (*np ↑ s*) / *n* *n* (*n \ n*) / (*s / np*) *np ↑ s* (*np \ s*) / *np*

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s$

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s \quad \overline{np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{np, L : (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{y : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{y : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(y) : s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{y : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(y) : s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow \forall(\lambda y.L(x)(y)) : s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\dots \rightarrow s \quad \frac{\frac{y : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(y) : s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow \forall y (L(x)(y)) : s}}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{y : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(y) : s}{\forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow \forall y (L(x)(y)) : s}}{\dots \rightarrow s} \quad \forall : np \uparrow s, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. (\forall y (L(x)(y))) : s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s \quad \dots \rightarrow \lambda x. (\forall y (L(x)(y))) : s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x: B, \Delta_2 \rightarrow v: A \quad u(\lambda x.v): A \rightarrow u(\lambda x.v): A}{\Delta_1, u: (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v): A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\frac{n \rightarrow n \quad \frac{np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow \lambda x. (\forall y (L(x)(y))) : s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{n \rightarrow n}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow \lambda x. (\forall y (L(x)(y))) : s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda PQz. (P(z) \wedge Q(z)) : (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda PQz. (P(z) \wedge Q(z)) : (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{n \rightarrow n}{np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda Qz. (\forall y (L(z)(y)) \wedge Q(z)) : n \setminus n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow \lambda x. (\forall y (L(x)(y))) : s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda PQz. (P(z) \wedge Q(z)) : (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}}{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda Qz. (\forall y (L(z)(y)) \wedge Q(z)) : n \setminus n \rightarrow s \quad \dots \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, G : n, \lambda P Q z. (P(z) \wedge Q(z)) : (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{n \rightarrow n}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, \lambda z. (\forall y (L(z)(y)) \wedge G(z)) : n \rightarrow s} \dots \rightarrow s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, \lambda Qz. (\forall y (L(z)(y)) \wedge Q(z)) : n \setminus n \rightarrow s} \dots \rightarrow s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, G : n, \lambda PQz. (P(z) \wedge Q(z)) : (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{n \rightarrow n \quad \frac{\frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, \lambda z. (\forall y (L(z)(y)) \wedge G(z)) : n \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

a $(np \uparrow s) / n$ $(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, \lambda Q. \exists x (\forall y (L(x)(y)) \wedge G(x) \wedge Q(x)) : np \uparrow s \rightarrow s}{n \rightarrow n} \quad np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, \lambda z. (\forall y (L(z)(y)) \wedge G(z)) : n \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}
 \end{array}$$

a $(np \uparrow s) / n$ $(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\frac{\frac{\frac{n \rightarrow n}{n \rightarrow n} \quad \frac{\frac{\frac{J : np, M : (np \setminus s) / np, t : np \rightarrow M(t)(J) : s}{np, (np \setminus s) / np, \lambda Q. \exists x (\forall y (L(x)(y)) \wedge G(x) \wedge Q(x)) : np \uparrow s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s}}{\dots \rightarrow s / np}}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}}$$

a $(np \uparrow s) / n$ $(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

😊 Правильный вывод:

$$\frac{n \rightarrow n}{\frac{\frac{\frac{J : np, M : (np \setminus s) / np, t : np \rightarrow M(t)(J) : s}{np, (np \setminus s) / np, \lambda Q. \exists x (\forall y (L(x)(y)) \wedge G(x) \wedge Q(x)) : np \uparrow s \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s} \dots \rightarrow s / np}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow} \rightarrow (\lambda Q. \exists x (\forall y (L(x)(y)) \wedge G(x) \wedge Q(x))) (\lambda t. (M(t)(J))) : s}$$

a $(np \uparrow s) / n$ $(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow T)$ $\lambda P. \lambda Q. \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x. v) : A \rightarrow u(\lambda x. v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x. v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☺ Правильный вывод:

$$\begin{array}{c}
 \frac{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, np \uparrow s \rightarrow s} \\
 \frac{n \rightarrow n \quad np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, n \setminus n \rightarrow s} \quad \dots \rightarrow s / np \\
 \hline
 np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n, (n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow \\
 \rightarrow \exists x (\forall y (L(x)(y)) \wedge G(x) \wedge M(x)(J)) : s
 \end{array}$$

$$\frac{\Delta_1, x : B, \Delta_2 \rightarrow v : A \quad u(\lambda x.v) : A \rightarrow u(\lambda x.v) : A}{\Delta_1, u : (B \uparrow A), \Delta_2 \rightarrow u(\lambda x.v) : A}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☹ Неправильный вывод:

$np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☹ Неправильный вывод:

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☹ Неправильный вывод:

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), y : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☹ Неправильный вывод:

⋮

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), y : np, (np \setminus s) / np \rightarrow \exists x (L(x)(y) \wedge G(x) \wedge M(x)(J)) : s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow s}$$

John met a girl whom everyone loves.
 np $(np \setminus s) / np$ $(np \uparrow s) / n$ n $(n \setminus n) / (s / np)$ $np \uparrow s$ $(np \setminus s) / np$

☹ Неправильный вывод:

⋮

$$\frac{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), y : np, (np \setminus s) / np \rightarrow \exists x (L(x)(y) \wedge G(x) \wedge M(x)(J)) : s}{np, (np \setminus s) / np, (np \uparrow s) / n, n(n \setminus n) / (s / np), np \uparrow s, (np \setminus s) / np \rightarrow \rightarrow \forall y \exists x (L(x)(y) \wedge G(x) \wedge M(x)(J)) : s}$$

“Скобочные” модальности

$$\frac{\Gamma \rightarrow A \quad \Delta(A) \rightarrow C}{\Delta(\Gamma, A \setminus B) \rightarrow C} \quad \frac{A \rightarrow A \quad A, \Gamma \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow A \setminus B}$$

$$\frac{\Gamma \rightarrow A \quad \Delta(A) \rightarrow C}{\Delta(B / A, \Gamma) \rightarrow C} \quad \frac{\Gamma, A \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow B / A}$$

$$\frac{\Delta([A]) \rightarrow B}{\Delta(\diamond A) \rightarrow B} \quad \frac{\Gamma \rightarrow A}{[\Gamma] \rightarrow \diamond A}$$

$$\frac{\Delta(A) \rightarrow B}{\Delta([\square^{-1}A]) \rightarrow B} \quad \frac{[\Gamma] \rightarrow A}{\Gamma \rightarrow \square^{-1}A}$$

“Скобочные” модальности

$$\frac{\Gamma \rightarrow A \quad \Delta(A) \rightarrow C}{\Delta(\Gamma, A \setminus B) \rightarrow C} \quad \frac{A \rightarrow A \quad A, \Gamma \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow A \setminus B}$$

$$\frac{\Gamma \rightarrow A \quad \Delta(A) \rightarrow C}{\Delta(B / A, \Gamma) \rightarrow C} \quad \frac{\Gamma, A \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow B / A}$$

$$\frac{\Delta([A]) \rightarrow B}{\Delta(\diamond A) \rightarrow B} \quad \frac{\Gamma \rightarrow A}{[\Gamma] \rightarrow \diamond A}$$

$$\frac{\Delta(A) \rightarrow B}{\Delta([\square^{-1}A]) \rightarrow B} \quad \frac{[\Gamma] \rightarrow A}{\Gamma \rightarrow \square^{-1}A}$$

Связь между модальностями: $\diamond \square^{-1}A \rightarrow A \rightarrow \square^{-1}\diamond A$.

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

John	likes	Mary	and	Mary	likes	Pete
np	$(np \setminus s) / s$	np	$(s \setminus \square^{-1}s) / s$	np	$(np \setminus s) / s$	np

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

[John	likes	Mary	and	Mary	likes	Pete]
<i>np</i>	$(np \setminus s) / s$	<i>np</i>	$(s \setminus \square^{-1}s) / s$	<i>np</i>	$(np \setminus s) / s$	<i>np</i>

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

[John likes Mary and Mary likes Pete]
 $np \quad (np \setminus s) / s \quad np \quad (s \setminus \square^{-1}s) / s \quad np \quad (np \setminus s) / s \quad np$

$$\frac{s \rightarrow s}{[\square^{-1}s] \rightarrow s}$$

...

$$\overline{[np, (np \setminus s) / s, np, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / s, np] \rightarrow s}$$

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

[John likes Mary and Mary likes Pete]
 $np \quad (np \setminus s) / s \quad np \quad (s \setminus \square^{-1}s) / s \quad np \quad (np \setminus s) / s \quad np$

$$\frac{s \rightarrow s}{[\square^{-1}s] \rightarrow s}$$

...

$$\overline{[np, (np \setminus s) / s, np, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / s, np] \rightarrow s}$$

man that John likes Mary and Mary likes
 $n \quad (n \setminus n) / (s / np) \quad np \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad (s \setminus \square^{-1}s) / s \quad np \quad (np \setminus s) / np$

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

[John likes Mary and Mary likes Pete]
 $np \quad (np \setminus s) / s \quad np \quad (s \setminus \square^{-1}s) / s \quad np \quad (np \setminus s) / s \quad np$

$$\frac{s \rightarrow s}{[\square^{-1}s] \rightarrow s}$$

...

$$\overline{[np, (np \setminus s) / s, np, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / s, np] \rightarrow s}$$

man that [John likes Mary and Mary likes]
 $n \quad (n \setminus n) / (s / np) \quad np \quad (np \setminus s) / np \quad np \quad (s \setminus \square^{-1}s) / s \quad np \quad (np \setminus s) / np$

Скобки запрещают абстракцию (создают острова)

John likes Mary and Mary likes Pete.

*man that John likes Mary and Mary likes []

[John	likes	Mary	and	Mary	likes	Pete]
np	$(np \setminus s) / s$	np	$(s \setminus \square^{-1}s) / s$	np	$(np \setminus s) / s$	np

$$\frac{s \rightarrow s}{[\square^{-1}s] \rightarrow s}$$

...

$$\overline{[np, (np \setminus s) / s, np, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / s, np] \rightarrow s}$$

man	that	[John	likes	Mary	and	Mary	likes]
n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	np	$(s \setminus \square^{-1}s) / s$	np	$(np \setminus s) / np$

$$\frac{[s, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / np], np \rightarrow s}{[s, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / np] \rightarrow s / np}$$

...

$$\overline{[np, (np \setminus s) / np, np, (s \setminus \square^{-1}s) / s, np, (np \setminus s) / np] \rightarrow s / np}$$

Управляемая нелинейность

the paper that John signed without reading
 np/n n $(n \setminus n)/(s / !np)$ np $(np \setminus s) / np$ $((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / np$ np / np

Управляемая нелинейность

the paper that John signed without reading
 np/n n $(n \setminus n)/(s / !np)$ np $(np \setminus s) / np$ $((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / np$ np / np

Правило сокращения:

$$\frac{\Gamma, !A, \Delta, !A, \Psi \rightarrow C}{\Gamma, !A, \Delta, \Psi \rightarrow C}$$