

# Категориальные грамматики

Лекция 3 (28.02.2018)

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,  
весенний семестр 2017–2018 учебного года

## Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.  
 $np$   $np \setminus s$   $(s \setminus s) / s$   $np$   $np \setminus s$   $\rightarrow s$

## Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
$np$	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$D$	$D \rightarrow T$		$D$	$D \rightarrow T$	

## Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
$np$	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$D$	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	$D$	$D \rightarrow T$	

## Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
$np$	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$D$	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	$D$	$D \rightarrow T$	

AND:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

## Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
$np$	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$D$	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	$D$	$D \rightarrow T$	

AND:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

## Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.  $\rightarrow s$   
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$   
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для  $T = \{0, 1\}$ ):

$x$	$y$	AND( $y$ )( $x$ )	OR( $y$ )( $x$ )
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

## Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.  $\rightarrow s$   
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$   
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для  $T = \{0, 1\}$ ):

$x$	$y$	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1



## Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.  $\rightarrow s$   
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$   
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$       конъюнкция

OR:  $T \rightarrow (T \rightarrow T)$       дизъюнкция

Таблица истинности (для  $T = \{0, 1\}$ ):

$x$	$y$	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

## Семантика: подчинительный союз

the  
 $np / n$

girl  
 $n$

whom  
 $(n \setminus n) / (s / np)$

John  
 $np$

loves  
 $(np \setminus s) / np \rightarrow np$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $s / np$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$   
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np/n$	$n$	$(n \setminus n)/(s/np)$	$np$	$(np \setminus s)/np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$   
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”:  $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$ .

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$   
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”:  $\lambda x^D . \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$ .

Семантика для “whom”:  $\lambda P^{D \rightarrow T} . \lambda Q^{D \rightarrow T} . \lambda y^D . (P(y) \wedge Q(y))$ .



## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np/n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$   
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”:  $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$ .

Семантика для “whom”:  $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$ .

Собираем:

$\text{THE} \left( \left( \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) \right) \left( \lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) \left( \text{GIRL} \right) \right)$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np/n$	$n$	$(n \setminus n)/(s/np)$	$np$	$(np \setminus s)/np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$   
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”:  $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$ .

Семантика для “whom”:  $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$ .

Собираем:

$\text{THE} \left( \left( \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) \right) \left( \lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) (\text{GIRL}) \right) \rightarrow_{\beta}$   
 $\rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. ((\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (y) \wedge \text{GIRL}(y)))$

## Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	$D$	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”:  $D \rightarrow T$

$x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”:  $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$ .

Семантика для “whom”:  $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$ .

Собираем:

$\text{THE} \left( \left( \lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) \right) \left( \lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) (\text{GIRL}) \right) \rightarrow_{\beta}$

$\rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. ((\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (y) \wedge \text{GIRL}(y))) \rightarrow_{\beta}$

$\rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. (\text{LOVE}(y)(\text{JOHN}) \wedge \text{GIRL}(y)))$

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  $\lambda$ -*абстракции*.

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  $\lambda$ -*абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  $\lambda$ -*абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  *$\lambda$ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  *$\lambda$ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);
- ▶ если  $u: B$  и  $x$  — переменная типа  $A$ , то  $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$ .



# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  $\lambda$ -*абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);
- ▶ если  $u: B$  и  $x$  — переменная типа  $A$ , то  $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$ .

**Упрощение  $\lambda$ -термов:**

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  *$\lambda$ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);
- ▶ если  $u: B$  и  $x$  — переменная типа  $A$ , то  $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$ .

**Упрощение  $\lambda$ -термов:**

$\beta$ -редукция:  $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  *$\lambda$ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);
- ▶ если  $u: B$  и  $x$  — переменная типа  $A$ , то  $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$ .

**Упрощение  $\lambda$ -термов:**

$\beta$ -редукция:  $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

$\eta$ -редукция:  $(\lambda x.f(x)) \rightarrow_{\eta} f$  (если  $x$  не входит в  $f$ )

# Правила $\lambda$ -исчисления

$\lambda$ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и  *$\lambda$ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы*  $\lambda$ -термов:

- ▶ если  $u: (A \rightarrow B)$  и  $v: A$ , то  $u(v): B$   
(если типы  $u$  и  $v$  не согласованы, то  $u(v)$  — не терм);
- ▶ если  $u: B$  и  $x$  — переменная типа  $A$ , то  $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$ .

**Упрощение  $\lambda$ -термов:**

$\beta$ -редукция:  $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

$\eta$ -редукция:  $(\lambda x.f(x)) \rightarrow_{\eta} f$  (если  $x$  не входит в  $f$ )

$\alpha$ -конверсия:  $\lambda x.u =_{\alpha} \lambda y.u[x := y]$

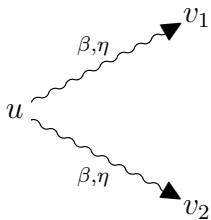
# Свойства $\lambda$ -исчисления

# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба

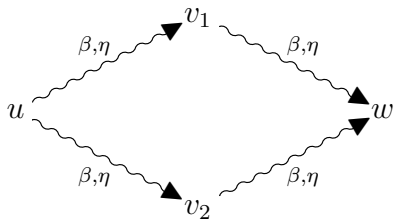
# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба



# Свойства $\lambda$ -исчисления

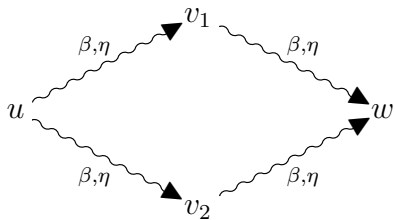
## ► Свойство ромба





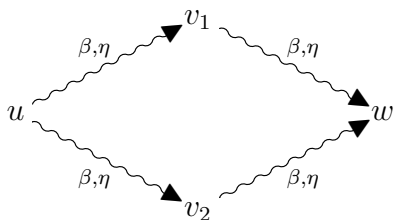
# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



# Свойства $\lambda$ -исчисления

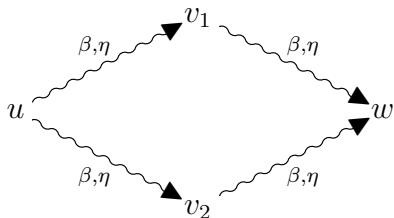
- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



(порядок вычислений несуществвен).

# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)

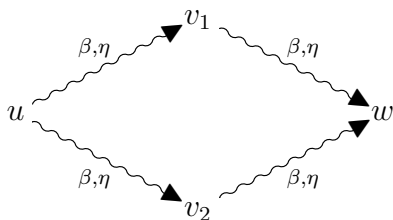


(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость:

# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)

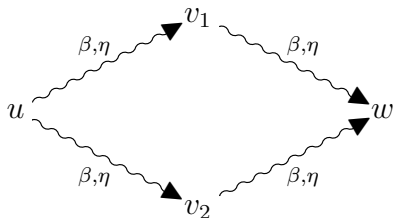


(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций

# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)

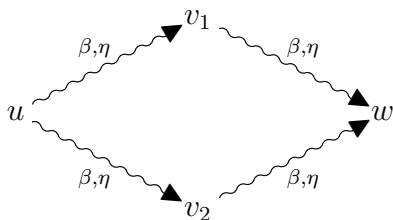


(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций (всякое вычисление останавливается).

# Свойства $\lambda$ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций (всякое вычисление останавливается).

Без типов — неверно:

$$(\lambda x.x(x))(\lambda x.x(x)) \rightarrow_{\beta} (\lambda x.x(x))(\lambda x.x(x)).$$

# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x. u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x. u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$



# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

Haskell Curry



William Howard



# Johan van Benthem



# Семантическая разметка вывода

---

$$n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np \quad n, n \setminus n \rightarrow n}$$

$G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow ? : n$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad \mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}}$$



# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\text{J} : np \rightarrow \text{J} : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad \text{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np, \text{x} : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\text{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{\mathbf{x} : np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{\mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{x} : np} \quad \mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. \mathbf{?} : s / np}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{\text{J} : np \rightarrow \text{J} : np \quad \text{L}(x)(\text{J}) : s \rightarrow s}{\text{J} : np, \text{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s}}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\text{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$



# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}}{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}}{\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\frac{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x.L(x)(J) : s / np}}{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}} \quad G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{\mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad n \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, (\lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \mathbf{L}(x)(\mathbf{J})) : n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x.L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad n \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, \lambda Q.\lambda y.((\lambda x.L(x)(J))(y) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P.\lambda Q.\lambda y(P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$



# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad (\lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)))(G) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

# Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n}$$

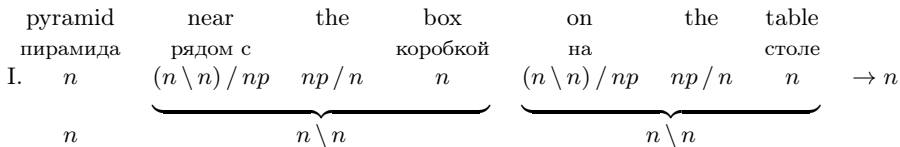
# Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box	on	the	table
пирамида	рядом с		коробкой	на		столе

# Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box	on	the	table	
пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$

# Структурная неоднозначность



# Структурная неоднозначность

	pyramid	near	the	box	on	the	table	
	пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
I.	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$
	$n$	$n \setminus n$			$n \setminus n$			
II.	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$
	$n$	$(n \setminus n) / np$	$np$					

# Структурная неоднозначность

pyramid  
 $n$

near  
 $(n \setminus n) / np$

the    box  
 $np / n$      $n$

on  
 $(n \setminus n) / np$

the    table  
 $np / n$      $n$      $\rightarrow n$



# Структурная неоднозначность

pyramid

$n$

PYRAMID

near

$(n \setminus n) / np$

$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$

the

$np / n$

THE

box

$n$

BOX

on

$(n \setminus n) / np$

$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$

the

$np / n$

THE

table

$n$

TABLE

$\rightarrow n$

# Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

on	the	table	
$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$
$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I.  $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$   
II.  $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

# Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I.  $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
- II.  $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

**Упражнение.** Получите эти две семантики с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

# Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
$n$	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	$np / n$	$n$	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I.  $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$   
II.  $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

**Упражнение.** Получите эти две семантики с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

Бывает также *мнимая неоднозначность* (spurious ambiguity): два формально разных вывода дают одну семантику.

## Семантика: сочинительный союз

John      walks    or    runs  
 $np$        $np \setminus s$        $((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$        $np \setminus s$        $\rightarrow s$

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
$(\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x)))(\text{RUN})(\text{WALK})(\text{JOHN})$				

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)



## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				$WALK(\text{JOHN}) \vee RUN(\text{JOHN})$

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$

# Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE
					LOVE(MARY)(PETE) $\wedge$ HATE(ANN)(PETE)

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо...

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$



## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}$			
$\rightarrow np$			

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

$\widetilde{\text{OR}}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{\text{OR}}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{\text{OR}}(\text{PETE})(\text{JOHN}): D$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(\text{PETE})(\text{JOHN}): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $\text{SING}(\widetilde{OR}(\text{PETE})(\text{JOHN}))$ .

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$ .

Правильная семантика:  $OR(SING(PETE))(SING(JOHN))$ .

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$ .

Правильная семантика:  $SING(JOHN) \vee SING(PETE)$ .

# Поднятие типа

John            sings.  
*np*            *np \ s*     $\rightarrow$    *s*

## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$



## Поднятие типа

John	sings.	
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{u : np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{u : np, np \setminus s \rightarrow s}$$
$$\frac{u : np, np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{\frac{u : np, np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}$$
$$\frac{}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John            sings.  
 $np$              $np \setminus s \rightarrow s$   
 $s / (np \setminus s)$      $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John            sings.  
   $np$              $np \setminus s \rightarrow s$   
 $s / (np \setminus s)$      $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P. P(u) : s / (np \setminus s)}}$$



## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John                      sings.  
 $\text{JOHN} : np$      $\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$   
 $s / (np \setminus s)$              $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$     SING :  $np \setminus s \rightarrow s$

$u : np \rightarrow u : np$      $P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow SING(JOHN) : s$

$\lambda P.P(JOHN) : s / (np \setminus s)$

SING :  $np \setminus s \rightarrow (\lambda P.P(JOHN))(SING) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow SING(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$

SING :  $np \setminus s \rightarrow SING(\text{JOHN}) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John                      or                      Pete    sings.

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
<i>np</i>		<i>np</i>	<i>np \ s</i>

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$



## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
$np$	$np \backslash (s / (np \backslash s)) / np$	$np$	$np \backslash s \rightarrow s$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$		$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN		PETE	SING	

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING $(\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y)))(PETE)(JOHN)(SING)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$
$\underbrace{\hspace{15em}}$				
$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE}))$				

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$

$\underbrace{\hspace{15em}}$

$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE})) : s / (np \setminus s)$

## Поднятие типа

$$A \rightarrow B / (A \setminus B)$$



## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$A \rightarrow (B / A) \setminus B$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

**Важные замечания:**

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .  
 $A \setminus B = \{c\}$



## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\}$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто,

значит  $(B / A) \setminus B$  содержит все цепочки  
(„деление на ноль“)

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто,

значит  $(B / A) \setminus B$  содержит все цепочки  
(„деление на ноль“)

Сравните с  $B \setminus A / C$ .

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John            and            Pete    sing.

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John            and            Pete    sing.  
 $np$      $np \setminus np_{PL} / np$      $np$      $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	



## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub><math>np</math></sub>	PETE	SING <sub><math>PL</math></sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

$$\text{AND}_{np}(\text{PETE})(\text{JOHN}) = \{\text{JOHN}, \text{PETE}\}$$

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

$$AND_{np}(PETE)(JOHN) = \{JOHN, PETE\}$$
$$SING_{PL}(P) = \text{„для всех } x, \text{ для которых верно } P(x), \text{ верно } SING(x)\text{“}$$

Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file to Mary and to Suzy.





## Ещё один пример с союзом «и»

John                  sent                  the          file  
*np*          ((*np \ s*) / *pp*) / *np*    *np / n*          *n*

to          Mary                          and                  to          Suzy.  
*pp / np*          *np*                  (*pp \ ((s / pp) \ s)*) / *pp*    *pp / np*          *np*

## Ещё один пример с союзом «и»

John                    sent                    the            file  
 $np$              $((np \setminus s) / pp) / np$      $np / n$              $n$

to            Mary                    and                    to            Suzy.  
 $pp / np$              $np$                      $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$      $pp / np$              $np$              $\rightarrow s$



## Ещё один пример с союзом «и»

John                    sent                    the                    file  
*np*                     $((np \setminus s) / pp) / np$                     *np / n*                    *n*  
JOHN                    SENT                    THE                    FILE

to                    Mary                    and                    to                    Suzy.  
*pp / np*                    *np*                     $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$                     *pp / np*                    *np*                     $\rightarrow s$   
MARY                    SUZY

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY		$\lambda y.y$	SUZY	

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))}$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))$

to	Mary	and	to	Suzy.
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY

$\rightarrow s$

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	$\rightarrow s$
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$(\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))) (\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})))$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	$\rightarrow s$
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$(\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{MARY}) \wedge$   
 $\wedge (\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{SUZY})$



## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(\text{MARY})(\text{JOHN}) \wedge \text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(\text{SUZY})(\text{JOHN})$

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and John gave the record to Suzy.

## И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



## И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



*np · pp*



*np · pp*

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow A \quad \Pi_2 \rightarrow B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, (A \cdot B), \Delta \rightarrow C} (\cdot \rightarrow)$$

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A$ ,  $b : B$ ).



# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A$ ,  $b : B$ ).

Редукции:

$$\begin{aligned}\pi_1 \langle u, v \rangle &\rightarrow u \\ \pi_2 \langle u, v \rangle &\rightarrow v \\ \langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle &\rightarrow w\end{aligned}$$

## Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A$ ,  $b : B$ ).

Редукции:

$$\begin{aligned}\pi_1 \langle u, v \rangle &\rightarrow u \\ \pi_2 \langle u, v \rangle &\rightarrow v \\ \langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle &\rightarrow w\end{aligned}$$

Умножение в знаменателе (currying):

$$(A \cdot B) \setminus C \leftrightarrow B \setminus (A \setminus C) \quad C / (A \cdot B) \leftrightarrow (C / B) / A.$$

# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} \quad (\rightarrow /), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} \quad (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} \quad (\rightarrow \setminus), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} \quad (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, x : A, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, \Delta \rightarrow u[x := v] : C} \quad (\text{cut})$$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John            gave            the    book    to    Ann

                  and                            the    record    to    Suzy



## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John                      gave                      the    book    to    Ann  
*np*             $((np \setminus s) / pp) / np$      $np / n$     *n*     $pp / np$     *np*

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
*np · pp*

and                      the    record    to    Suzy  
 $np / n$             *n*             $pp / np$             *np*

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
*np · pp*



## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John                      gave                      the    book    to    Ann  
 $np$                        $((np \setminus s) / pp) / np$                        $np / n$      $n$      $pp / np$      $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$

and

$(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$                       the    record    to    Suzy  
 $np / n$                        $n$                        $pp / np$                        $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$





## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x)))(\text{THE}(\text{RECORD}))(\text{SUZY})(\text{ANN})(\text{THE}(\text{BOOK}))$   
 $(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(\text{JOHN}))$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(BOOK))(ANN) \wedge$   
 $\wedge (\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(RECORD))(SUZY))$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$GAVE(THE(BOOK))(ANN)(JOHN) \wedge GAVE(THE(RECORD))(SUZY)(JOHN)$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John            gave            the    book    to    Ann  
 $np$              $np \setminus s / (np \cdot pp)$      $np / n$      $n$      $pp / np$      $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$

and

$(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$     the    record    to    Suzy  
 $np / n$              $n$              $pp / np$              $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$







Пока не умеем

The girl whom John met yesterday .

Пока не умеем

The girl whom ( John met yesterday ).

Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that John signed without reading .

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed without reading ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

\* The girl whom Pete likes Kate and John likes .



## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

\* The girl whom ( Pete likes Kate and John likes [] ).