

.....

1. Рассмотрим следующие формулы:

- i. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$;
- ii. $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$.

Для каждой из этих формул проверьте, лежит ли она в Pos, причём в случае принадлежности к Pos нужно построить подходящий вывод (а иначе нужно построить контрмодель).

2. Рассмотрим следующие формулы:

- i. $\neg\neg p \rightarrow p$;
- ii. $p \rightarrow \neg\neg p$.

Для каждой из этих формул проверьте, лежит ли она в Int, причём в случае принадлежности к Int нужно построить подходящий вывод (а иначе нужно построить контрмодель).

3. Рассмотрим следующие формулы:

- i. $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$;
- ii. $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee q)$;
- iii. $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$;
- iv. $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$.

Для каждой из этих формул проверьте, лежит ли она в Int, причём в случае принадлежности к Int нужно построить подходящий вывод (а иначе нужно построить контрмодель).

4. Рассмотрим следующие формулы:

- i. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$;
- ii. $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$;
- iii. $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$;
- iv. $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$.

Для каждой из этих формул проверьте, лежит ли она в Int, причём в случае принадлежности к Int нужно построить подходящий вывод (а иначе нужно построить контрмодель).

5. Говорят, что логика L обладает *дизъюнктивным свойством*, если для любых формул φ и ψ ,

$$\varphi \vee \psi \in L \implies \varphi \in L \text{ или } \psi \in L.$$

Докажите следующее.

- i. CL^+ и CL не обладают дизъюнктивным свойством.
- ii. Pos и Int обладают дизъюнктивным свойством.

6. Будем говорить, что \mathcal{L} -логика L обладает *негативным дизъюнктивным свойством*, если для любых формул φ и ψ ,

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \in L \implies \neg\varphi \in L \text{ или } \neg\psi \in L.$$

Дайте обоснованные ответы на следующие вопросы.

i. Обладает ли CL негативным дизъюнктивным свойством?

ii. Обладает ли Int негативным дизъюнктивным свойством?

7. Докажите, что ни Pos , ни Int не полна относительно класса всех линейных порядков.

8. Обозначим через Lin^+ и Lin логики, которые получаются соответственно из Pos и Int посредством добавления схемы

$$L. (\phi \rightarrow \psi) \vee (\psi \rightarrow \phi)$$

(где $\phi, \psi \in Form^+$ в случае Lin^+ , и $\phi, \psi \in Form$ в случае Lin). Докажите, что Lin^+ и Lin сильно полны относительно класса всех линейных порядков.

.....

19.03.2019