Вопросы к первому коллоквиуму по МЛ

1. Язык пропозициональной классической логики, CL. Формулы в CL и их подформулы. Предложение о единственности представления формул в CL. Предложение о подформулах формулы в CL. Двузначная семантика для CL. Выполнимость и общезначимость в CL. Семантическое следование и семантическая эквивалентность в CL, их связь с выполнимостью и общезначимостью. Основные эквивалентности в CL. Теорема о подстановке вместо выделенной пропозициональной переменной в общезначимую формулу в CL, а также теорема о сохранении эквивалентности при такого рода подстановках. Теорема о замене подформулы формулы на эквивалентную в CL. Доказательство теоремы о приведении формул в CL к д.н.ф./к.н.ф. без явного построения таблиц истинности. Аналогично для с.д.н.ф./с.к.н.ф.

2. Гильбертовское исчисление для CL и выводимость в нём. Простейшие свойства этой выводимости. Теорема о дедукции для гильбертовского CL-исчисления (и её обобщение на гильбертовские исчисления специального типа). «Шесть упражнений по гильбертовскому исчислению».

3. Теорема о корректности для CL. Максимальные непротиворечивые множества в CL и их основные свойства [без леммы Линденбаума/леммы о расширении для CL]. Альтернативные подходы к описанию максимально непротиворечивых множества в CL: простые CL-теории и полные непротиворечивые множества; доказательство эквивалентости соответствующих подходов.

4. Лемма о расширении для CL с двумя доказательствами: без использования леммы Цорна и с её использованием. Теоремы о сильной полноте для CL [предполагая известными основные свойства максимально непротиворечивых множеств], а также важнейшие её следствия. Упражнение к теореме о компактности в CL: локализация задачи о правильной раскраске бесконечной карты в фиксированное конечное число цветов. Альтернативное доказательство теоремы компактности для CL с помощью теоремы Тихонова. Предложение о том, что у CL нет собственных нетривиальных расширений.

5. Исчисление естественной дедукции для CL. Простейшие свойства выводимости в этом исчислении. Теорема о дедукции для CL-исчисления естественной дедукции. Простые примеры выводимости в этом исчислении:

a. $(p \wedge (q \wedge r)) \leftrightarrow ((r \wedge p) \wedge q)$;

b. $(p \to q) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge r))$;

c. $((p \wedge q) \to r) \leftrightarrow (p \to (q \to r))$;

d. $((p \to q) \wedge (p \to r)) \leftrightarrow (p \to (q \wedge r))$.

«Три базовых и четыре дополнительных упражнения по естественной дедукции», а также предложение о том, что выводимость в гильбертовском CL-исчислении можно свести к выводимости в CL-исчислении естественной дедукции.

6. Гильбертовское исчисление для (пропозициональной) позитивной классической логики, CL^+. Лемма о расширении для CL^+. Простые CL^+-теории и их основные свойства. Теорема о сильной полноте для CL^+.

7. Гильбертовское исчисление для (пропозициональой) позитивной логики, Pos. Семантика возможных миров для Pos. Лемма о монотонности для Pos. «Семантическая теорема о дедукции» для Pos. Теорема о корректности для Pos. Докажите, что следующие формулы не лежат в Pos:

a. $p \vee (p \to q)$;

b. $((p \to q) \wedge (r \to s)) \to ((p \to s) \vee (r \to q))$;

c. $((p \wedge q) \to r) \to ((p \to r) \vee (q \to r))$

(посредством построения подходящих контрмоделей). Теорема об отсутствии у Pos сильной полноты относительно класса всех конечных шкал. Теорема о нетабличности Pos.

8. Лемма о расширении для Pos. Канонические Pos-шкала и Pos-модель. Лемма о канонической модели для Pos. Теорема о сильной полноте для Pos. Формулировка результата о слабой полноте Pos относительно класса всех конечных шкал [без доказательства]. Теорема о разрешимости Pos в качестве следствия.

9. Гильбертовское исчисление для (пропозициональной) интуиционистской логики, Int. Семантика возможных миров для Int. Лемма о монотонности для Int. «Семантическая теорема о дедукции» для Int. Теорема о корректности для Int. Теорема об отсутствии у Int сильной полноты относительно класса всех конечных шкал. Теорема о нетабличности Int.

10. Лемма о расширении для Int. Канонические Int-шкала и Int-модель. Лемма о канонической модели для Int. Теорема о сильной полноте для Int. Формулировка результата о слабой полноте Int относительно класса всех конечных шкал [без доказательства]. Теорема о разрешимости Int в качестве следствия.

. . . .

19.03.2019