

.....

1. Структуры и их сигнатуры; примеры структур. Язык классической логики первого порядка, FOCL. Термы и формулы в FOCL. Подтермы и подформулы. [Предложение о подтермах и подформулах.] Области действия кванторов, свободные и связанные вхождения переменных в формулах. Семантика FOCL. Выполнимость и общезначимость в FOCL. Семантические следование и эквивалентность в FOCL, их связь с выполнимостью и общезначимостью. Определимость отношений и функций в структурах. Пример:

определение четырёхместного предиката параллельности в обеднении стандартной модели элементарной геометрии, не содержащем предиката соразмерности, и соответствующая формулировка аксиомы о параллельных.

Упр. 2 из «Четырёх упражнений по различным семантическим темам».

2. Гомоморфизмы, вложения и изоморфизмы. Предложение о сохранении истинностного значения при изоморфизме. Автоморфизмы; метод доказательства неопределимости посредством автоморфизмов и простые примеры его применения. Упр. 1 и Упр. 4 из «Четырёх упражнений по различным семантическим темам». «Пара упражнений по булевым алгебрам».

3. Аксиомы равенства; теории с равенством и без. Модели и нормальные модели теорий. Предложение о том, что если у теории с равенством есть модель, то у неё есть и нормальная модель. Конгруэнции. «Пара упражнений по конгруэнциям».

4. Подстановки термов вместо переменных в формулы. Гильбертовское исчисление для FOCL и выводимость в нём. Простейшие свойства этой выводимости. Опровержимые и независимые относительно данной теории формулы. Предложение о тавтологиях. Схема вывода формул вида

$$\forall x \Phi \leftrightarrow \forall y \Phi(x/y), \text{ где } y \text{ — переменная, не входящая в } \Phi.$$

«Четыре упражнения по первопорядковой выводимости». Пренексные нормальные формы (п.н.ф.). Теорема о приведении формул к п.н.ф. в гильбертовском FOCL-исчислении.

5. Теорема о дедукции для гильбертовского FOCL-исчисления [без ссылки на доказательство в случае CL]. Противоречивые и непротиворечивые теории. Теорема о корректности для FOCL, а также её основные следствия.

6. Использование новых констант в гильбертовском FOCL-исчислении; предложение о том, что расширение непротиворечивой теории посредством добавления константы-свидетеля непротиворечиво. Хенкиновские теории. Основные свойства хенкиновских теорий [без ссылки на CL].

7. Теорема Хенкина.

8. Теорема о сильной полноте для FOCL, её основные следствия (в частности, теорема Гёделя–Мальцева о компактности, теорема о существовании модели для теорий с равенством и без, теорема Лёвенгейма–Сколема) и некоторые их последствия.

9. Аксиоматизируемость и конечная аксиоматизируемость. Примеры применения [следствий из теоремы о сильной полноте для FOCL] к некоторым понятиям в области алгебры:

- a. делимые абелевы группы;
- b. (абелевы) группы без кручения;
- c. (абелевы) группы кручения;
- d. циклические группы.

Конечные спектры предложений (в сигнатурах с равенством). Упр. 3 из «Четырёх упражнений по различным семантическим темам» [с решением посредством общего метода].

10. Стандартная модель арифметики \mathfrak{N} в сигнатуре $\langle =; s, +, \times; 0 \rangle$. Нестандартные [нормальные] модели теории \mathfrak{N} произвольной бесконечной мощности, а также обоснование их существования. Каноническое вложение \mathfrak{N} в нестандартные [нормальные] модели теории \mathfrak{N} . Описание строения порядка в такого рода моделях. Конечные спектры предложений. Упр. 3 из «Четырёх упражнений по различным семантическим темам» [с решением посредством общего метода].

.....

01.04.2019