Здесь используются следующие *схемы аксиом*:

I1. $\phi \to (\psi \to \phi)$;

I2. $(\phi \to (\psi \to \chi)) \to ((\phi \to \psi) \to (\phi \to \chi))$;

C1. $\phi \wedge \psi \to \phi$;

C2. $\phi \wedge \psi \to \psi$;

C3. $\phi \to (\psi \to \phi \wedge \psi)$;

D1. $\phi \to \phi \vee \psi$;

D2. $\psi \to \phi \vee \psi$;

D3. $(\phi \to \chi) \to ((\psi \to \chi) \to (\phi \vee \psi \to \chi))$;

N1. $(\phi \to \psi) \to ((\phi \to \neg\psi) \to \neg\phi)$;

N2. $\neg\phi \to (\phi \to \psi)$;

N3. $\phi \vee \neg\phi$.

Помимо них имеется ровно одно *правило вывода*:

$$\frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi}\,(\texttt{MP})$$

(MP — аббревиатура для *modus ponens*, сокращенной формы *modus ponendo ponens*).

Пусть $\Gamma \subseteq \mathrm{Form}$. Под *выводом из* Γ в нашем гильбертовском исчислении понимается конечная последовательность

$$\phi_0,\ \ldots,\ \phi_n$$

(где $n \in \mathbb{N}$) элементов Form такая, что для каждого $i \in \{0, \ldots, n\}$ выполнено одно из следующих условий:

- ϕ_i является аксиомой;
- ϕ_i является элементом Γ;
- существуют $\{j, k\} \subseteq \{0, \ldots, i-1\}$ такие, что ϕ_j есть $(\phi_k \to \phi_i)$ (иначе говоря, ϕ_i получается из предыдущих членов последовательности по MP).

Мы будем называть ϕ_n *заключением* этого вывода, а элементы Γ — *гипотезами*.

Пусть $\Gamma \cup \{\phi\} \subseteq \mathrm{Form}$. Мы пишем $\Gamma \vdash \phi$, если существует вывод из Γ с заключением ϕ. В случае $\Gamma = \varnothing$ вместо $\varnothing \vdash \phi$ обычно пишут $\vdash \phi$.