

1. Арифметики Робинсона и Пеано (RA и PA) в сигнатуре  $\langle 0; s, +, \times, \exp; \leq, = \rangle$ . Упр. 1.1–1.9.  $\Delta_0$ - и  $\Sigma_1$ -формулы.  $\Delta_0$ - и  $\Sigma_1$ -определимость. Формулировка теоремы о  $\Sigma_1$ -определимости [без доказательства]. Основные следствия из этой теоремы [включая теорему Тарского о неопределимости истины и сравнительно слабую версию 1-ой теоремы Гёделя о неполноте].
2. Теорема о  $\Sigma_1$ -определимости.
3. Упр. 2.1–2.11.
4.  $\Sigma_1$ -полнота. Теорема о  $\Sigma_1$ -полноте RA (и всех включающих её теорий). Упр. 3.1–3.4.  $\Sigma_1$ -корректность. Нумеруемость множеств в арифметических теориях. Основные результаты, связанные с нумеруемостью в  $\Sigma_1$ -корректных теориях, включающих RA, и важнейшие их следствия [включая теорему Чёрча и более сильную версию 1-ой теоремы Гёделя о неполноте].
5. Представимость функций в арифметических теориях. Теорема о  $\Sigma_1$ -представимости ч.в.ф. в RA (и во всех включающих её теориях). Отделимость пар непересекающихся множеств в арифметических теориях. Теорема о  $\Sigma_1$ -отделимости пар непересекающихся в.п. множеств в RA (и во всех включающих её теориях). Бинумеруемость множеств в арифметических теориях. Основные результаты, связанные с бинумеруемостью в теориях, включающих RA.
6. Версия Россера 1-ой теоремы Гёделя о неполноте, а также сопутствующие результаты. sub и её представимость в RA. Лемма о диагонализации в RA. Альтернативное доказательство теоремы Тарского о неопределимости истины. Абстрактные версии теорем Гёделя и Россера.
7. Версия Чейтина 1-ой теоремы Гёделя о неполноте и результаты, на которые опирается её доказательство. Построение «стандартного предиката доказуемости для RA». Условия Лёба L1–L3 [с доказательством L1 и наброском доказательства L2].
8. Вариант 2-ой теоремы Гёделя о неполноте [с доказательством без использования теоремы Лёба]. Теорема Лёба. Вывод 2-ой теоремы Гёделя из теоремы Лёба. Докажите следующее:
  - $RA \not\vdash \neg \Box \Phi$  для всех  $\Phi \in \text{Sent}_{\sigma^*}$ ; *%иначе  $RA \vdash \perp$*
  - $RA \not\vdash \Phi \rightarrow \Box \Phi$  для некоторого  $\Phi \in \text{Sent}_{\sigma^*}$ ; *%иначе  $RA \vdash \Box \perp$*
  - $RA \vdash \Box (\Box \Phi \rightarrow \Phi) \rightarrow \Box \Phi$  для всех  $\Phi \in \text{Sent}_{\sigma^*}$ . *%«формализованная теорема Лёба»*
9. Нормальная версия теоремы о классовой трансфинитной рекурсии. Упр. 5.1–5.2. Транзитивные замыкания множеств. Кумулятивная иерархия. Упр. 4.7–4.8.
10. Ординальная арифметика. Упр. 5.3–5.9 и 6.1–6.2.