

1. Сформулируйте общую версию теоремы дедукции; приведите схему её доказательства.
2. Опишите систему CL .¹ Выведите $p \vee (p \rightarrow q)$ в CL .
3. Что такое *полная CL -теория* [по конспекту]? Сформулируйте утверждение об основных свойствах такого рода теорий; приведите схему его доказательства.
4. Сформулируйте теорему о сильной полноте для CL ; приведите схему её доказательства.
5. Что такое *простая S -теория*? Покажите, что полные CL -теории [определённые так, как это сделано в конспекте] суть в точности простые CL -теории.
6. Опишите систему CL^+ . Выведите $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ из $\{p \rightarrow (q \rightarrow r)\}$ в CL^+ .
7. Сформулируйте лемму о расширении для CL^+ ; приведите схему её доказательства.
8. Сформулируйте утверждение об основных свойствах простых CL^+ -теорий; приведите схему его доказательства.
9. Что такое *логика* в данном языке \mathcal{L} ? Что обозначает $LOG(\mathcal{L})$? Покажите, что $LOG(\mathcal{L})$ с порядком по включению образует решётку.
10. Что такое *фрагмент*? Что такое *консервативное расширение*? Покажите, что CL консервативно расширяет CL^+ .
11. Что такое *дефинициальное расширение*? Сформулируйте основное утверждение о дефинициальных расширениях; приведите схему его доказательства.
12. Что такое (*точное*) *вложение* одной логики в другую? Когда две логики — возможно, в разных языках — называются *дефинициально эквивалентными*? Опишите систему CL^\perp . Как она связана с CL ?
13. Приведите схему доказательства дефинициальной эквивалентности CL и CL^\perp .
14. Опишите систему Pos . Опишите семантику возможных миров для Pos .
15. Сформулируйте лемму о монотонности для Pos ; докажите её.
16. Сформулируйте лемму о порождённой подмодели для Pos ; докажите её.
17. Определите отношение семантического следования для Pos . Сформулируйте теорему о корректности для Pos ; приведите схему её доказательства.
18. Покажите, что $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ не выводимо в Pos .
19. Пусть L — расширение Pos . Что такое *каноническая L -шкала*? *Каноническая L -модель*?
20. Сформулируйте лемму о канонической модели для (расширений) Pos ; приведите схему её доказательства, акцентируя внимание на случае импликации.
21. Покажите, что Pos обладает дизъюнктивным свойством, а CL^+ — нет.
22. Опишите системы Int и Int^\perp . Приведите схему доказательства дефинициальной эквивалентности Int и Int^\perp .

¹Отныне если S — дедуктивная система, то S — множество её тавтологий, т.е. $S = \{\phi \mid \emptyset \vdash_S \phi\}$.

23. Выведите $\neg\neg(p \vee \neg p)$ в Int .
24. Выводимо ли $p \rightarrow \neg\neg p$ в Int ? (Ответ обосновать.²)
25. Выводимо ли $\neg\neg p \rightarrow p$ в Int ?
26. Выводимо ли $\neg p \vee \neg q \rightarrow \neg(p \wedge q)$ в Int ?
27. Выводимо ли $\neg p \wedge \neg q \rightarrow \neg(p \vee q)$ в Int ?
28. Выводимо ли $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p \wedge \neg q$ в Int ?
29. Выводимо ли $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg p \vee \neg q$ в Int ?
30. Покажите, что правило $\neg\neg p, \neg\neg(p \rightarrow q) / \neg\neg q$ является производным в Int (и даже в J).
31. Сформулируйте теорему Гливенко; приведите схему её доказательства.
32. Что такое Φ -фильтрация (модели) для Int ? Определите наибольшую Φ -фильтрацию.
33. Сформулируйте лемму о фильтрации для Int ; приведите схему её доказательства.
34. Покажите, как с помощью леммы о фильтрации для Int доказать разрешимость Int .
35. Покажите, что Int не является табличной.
36. Покажите, что Int не является полиномиально аппроксимируемой.
37. Покажите, что Int не является сильно полной относительно класса всех конечных шкал.
38. Что такое *интерполяционное свойство Крейга (CIP)*? Покажите, что CL^\perp обладает CIP.
39. Что такое *свойство Бета (BP)*. Покажите, что всякое расширение Int^\perp обладает BP.
40. Покажите, что CL^\perp полна по Посту и 0-сводима.
41. Покажите, что никакое расширение Int^\perp , отличное от CL^\perp , не полно по Посту.
42. Покажите, что CL^\perp структурно полна.
43. Покажите, что правило Скотта допустимо в Int^\perp .
44. Покажите, что правило Скотта не является производным в Int^\perp .
45. Покажите, что Int^\perp не является 0-сводимой.
46. Покажите, что каждое допустимое в Int^\perp правило является производным в CL^\perp .
47. Что такое *нормальная модальная логика*? Опишите систему K [наименьшей нормальной модальной логики]. Опишите семантику возможных миров для K .
48. Опишите альтернативную систему K' для K . Покажите, что K и K' равносильны.
49. Сформулируйте лемму о порождённой подмодели для K ; докажите её.
50. Что такое *p-морфизм*? Сформулируйте первую лемму о p-морфизмах; докажите её.
51. Покажите, что свойство иррефлексивности не выразимо в модальном языке.
52. Какое свойство бинарных отношений выражает $\Box p \rightarrow p$? (Ответ обосновать.)

²Если «да», то предъявить вывод, а если «нет» — контрмодель.

53. Какое свойство бинарных отношений выражает $\Box p \rightarrow \Diamond p$? (Ответ обосновать.)
54. Какое свойство бинарных отношений выражает $\Box p \rightarrow \Box \Box p$? (Ответ обосновать.)
55. Покажите, что во всяком расширении K правило замены является допустимым.³
56. Покажите, что $\Diamond (p \wedge q) \rightarrow \Diamond p \wedge \Diamond q$ выводима в K .
57. Пусть L — расширение K . Что такое *каноническая L-шкала*? *Каноническая L-модель*?
58. Пусть L — расширение K . Определите отношение R^L [для канонической L -шкалы] двумя способами; покажите, что оба способа приводят к одному и тому же результату.
59. Сформулируйте лемму о канонической модели для (расширений) K ; приведите схему её доказательства, акцентируя внимание на случае модальности.
60. Какие расширения K называются *каноническими*? Проверьте каноничность $S4$.
61. Что такое *Ф-фильтрация (модели)* для K ? Определите *наибольшую* и *наименьшую* *Ф-фильтрации*.
62. Покажите, что при всяком переходе к Φ -фильтрации такие свойства как рефлексивность и сериальность сохраняются. Определите *транзитивную Ф-фильтрацию*. Чем полезна эта «фильтрация»?
63. Сформулируйте лемму о фильтрации для K ; приведите схему её доказательства.
64. Покажите, как с помощью леммы о фильтрации для K доказать разрешимость $S4$.
65. Покажите, что K не является сильно полной относительно класса всех конечных шкал.
66. Что такое *формула Лёба* [обозначаемая W]? Выведите $\Box p \rightarrow \Box \Box p$ в GL [т.е. в KW].
67. Какое свойство бинарных отношений выражает формула Лёба? (Ответ обосновать.)
68. Покажите, что класс всех нётеровых строгих порядков не является аксиоматизируемым в логике первого порядка.
69. Приведите схему доказательства неканоничности GL .
70. Что такое (*семантическая*) *таблица* для K ? Какие таблицы называют *насыщенными*? Что такое *система Хинтикки* для K ?
71. Покажите, что таблица для K реализуема тогда и только тогда, когда для неё существует система Хинтикки.
72. Покажите, как с помощью систем Хинтикки доказать разрешимость K , например.
73. Покажите, что GL не может быть сильна полно относительно какого-либо класса шкал.
74. Определите трансляцию ST_χ . Покажите, что ST_χ «точно вкладывает» K в логику первого порядка над \mathcal{L}_m^1 .
75. Определите трансляцию ST_χ^2 . Покажите, что ST_χ^2 «точно вкладывает» K в логику первого порядка над \mathcal{L}_m^2 .
76. Что такое *бисимуляция* между моделями Крипке (в модальном языке). Сформулируйте основное утверждение о бисимуляциях; докажите его. Сформулируйте т. ван Вентема.

³Здесь и далее под *расширениями* K понимаются нормальные модальные логики.

77. Что такое *охраняемый фрагмент* в логике первого порядка? Сформулируйте основные теоремы об охраняемых фрагментах.
78. Определите трансляцию Гёделя–Тарского T . Покажите, что T точно вкладывает Int в $S4$.
79. Покажите, что для любой формулы $\phi(p_1, \dots, p_n)$ в модальном языке найдётся формула ψ в языке интуиционистской логики такая, что

$$\Box\phi(p_1/\Box p_1, \dots, p_n/\Box p_n) \leftrightarrow T(\psi) \in S4,$$

где T — трансляция Гёделя–Тарского.

.....

Обновлено: 25 декабря 2020 г.