

Заключение о рукописи учебника В.А.Гусева "Геометрия" 7–9 классы

В учебнике предложен оригинальный подход автора, при котором изложение стереометрии и планиметрии проводится одновременно: планиметрические рассуждения проводятся для объектов, лежащих в некоторой плоскости пространства. Этот подход имеет положительные стороны, он способствует развитию пространственного воображения. Однако он не всюду выдержан до конца: например, часто автор, излагая чисто планиметрический материал, забывает вовремя подчеркивать, что рассматриваемые объекты лежат в одной плоскости, в результате чего утверждения становятся формально неверными.

В тексте много вольностей речи, интуитивных понятий, а также явно не сформулированных предположений, без которых утверждения также становятся формально неправильными.

Предложенная стандартная схема записи доказательств всех теорем очень формализована по внешнему виду, однако с содержательной точки зрения текст довольно нечеткий, в нем много неоднозначных утверждений. Например, часто возникает недоумение оттого, что опускаются слова "любой" или "какой-нибудь". Такая формализованность, не подкреплённая подлинной четкостью изложения, создаст у учащихся ложное представление о сущности математической и логической строгости.

Очень много фактических ошибок: не менее чем 22 уже на первых 120 страницах текста, причем некоторые из них (см. например ответы к задаче 8 на стр. 34 и к задаче 10 на стр. 41) недопустимы для квалифицированного преподавателя математики.

Ниже приводится список конкретных замечаний по первой трети книги, демонстрирующий перечисленные недостатки и, вообще, значительную неряшливость изложения.

Поэтому предложенный учебник не соответствует современным научным представлениям и не может быть рекомендован к использованию в учебном процессе.

Список замечаний

1. Страница 5, пункт О.9: как понимать "лежащими на данной окружности (круга)"?
2. Страница 7: привычка произносить не имеющие никакого точного смысла словосочетания, наподобие приведенного на этой странице, является источником большинства естественнонаучных заблуждений, что систематически и происходило с автором указанного текста. Математика же, и в

особенности геометрия, учит тому, как таких ошибок избегать. Поэтому этот текст здесь представляется неуместным.

3. Страница 9, строки 1-2: "часто ... чертят только начальные участки." А что чертят в остальных случаях? Два бесконечных луча полностью?
4. Страница 9, строки 11, 12: два раза "изображен"
5. Страница 9, строка 19 и страница 10, строка 1. Совершенно непонятен и вводит в заблуждение термин "градусная мера". Чем эта мера является? У ученика может создаться впечатление, что это всегда нечто, выраженное целым числом градусов, минут и секунд.
6. Страница 10, строка перед Определением 21. Каков смысл слова "различные"? Неравные или несовпадающие? В первом случае неверно: могут быть прямые углы.
7. Страница 10, постоянно пишется то "полупрямая", то "луч", при этом не объясняется разница, что приводит читателя в недоумение.
8. Страница 11, строки 2, 3: для этого совершенно не нужна строго построенная теория: все следует из строк 2-4 на странице 10 (если считать, что смысл этих строк понятен, если же он непонятен, то и этих строк не должно быть).
9. Страница 11, строка перед п. 1.2: "назовите" — значит "укажите"?
10. Страница 11, строка —7. Неверно, три *произвольных* луча не имеют общего начала.
11. Страница 11, строка —3: что значит "данных"? Если "изображенных на Рис. 1.10а", то как раз эти лучи очевидно лежат в одной плоскости (страницы).
12. Страница 11, строка —1: "как бы".
13. Страница 12, строка 1: нам совсем недавно объяснили в этой книге, что каждые два из этих лучей задают два плоских угла, итого не 3, а 6.
14. Страница 12, строка 4: смысл слова "внутри?"
15. Страница 13, строка 6: на основании одного примера никакого вывода сделать нельзя.

16. Страница 13, строка –2: непонятно, что значит "раскрытым". При интуитивном понимании, утверждение неверно: все три плоских угла могут монотонно увеличиваться, а "раскрытость" уменьшаться за счет того, что величина одного из них стремится к сумме величин двух остальных.
17. Страница 15, строка –13: сколько невыпуклых углов мы получили?
18. Страница 16, задача 6: вероятно, пропущено, что исходные два угла равны.
19. Страница 16, задача 7. Нам только что объяснили, что угол — это фигура. Тогда найти угол — значит указать фигуру, а не число.
20. Страница 16, задача 10: "получившиеся" — это те самые три угла? Тогда надо сказать "эти", потому что в результате построения на картинке "получилось" довольно много углов, среди которых есть и смежные.
21. Ответ к задаче (I)24: первое предложение к этой задаче не имеет отношения (а имеет отношение к задаче 27), что вызывает недоумение. Наверно, надо перенести этот ответ в ответ к 27, а под номером 24 поставить ссылку на него.
22. Страница 18, задача 31: вероятно, подразумевается, что все три ребра исходят из одной и той же вершины, в частности, среди них нет параллельных.
23. Страница 21, строки 7–8: смысл этого утверждения непонятен.
24. Страница 21, определение 24: в определении нельзя опустить слово "простой" (замкнутой ломаной).
25. Страница 23, строка 2: грамматически неправильно. Достаточно заменить "принято" на "мы будем".
26. Страница 23, теорема 5: в ответственных местах типа теорем нельзя опускать "выпуклость". Тем более, что в доказательстве она два раза встречается.
27. Страница 25, задача 25: читатель совсем запутался, нужно здесь подразумевать выпуклость или нет.
28. Страница 26, задача 15: вероятно, имеется в виду "все точки". Такие вещи надо указывать явно.
29. Страница 27, задача 24, п. 3: а из задачи 14 с таким же основанием следует сделать вывод, что во всяком многоугольнике число диагоналей равно числу вершин.

30. Ответ к задаче (II)24, п. 2: неверно, не 5 а 6
31. Страница 28, задачи 31, 32: понятия изометрии и симметрии еще не введены.
32. Страница 30, строка 9: “кроме” подразумевает, что это — существенно другой класс, а не подмножество одного из предыдущих.
33. Страница 31, строка 2,3: как вы помните, что
34. Страница 31, строка 6 и далее. Очень трудно читать, не имея определения пирамиды, а следовательно не понимая в точности, какой объект является пирамидой, а какой — нет. Например, является ли пирамида частным случаем многогранника? Если да, то имеется несогласованность в термине “вершина”.
35. Страница 34, задача 3: судя по ответу, подразумевается, что $n \neq 3$.
36. Ответ к задаче (III)1a: не 5, а 6 ребер.
37. Страница 34, задача 5: судя по предыдущим задачам, в принятой здесь терминологии у любой пирамиды имеется только одна вершина, здесь же идет речь о многих вершинах.
38. Ответ к задаче (III)6б: неверно, типичная прямая, протыкающая пирамиду, имеет с ее поверхностью как раз две общих точки, однако же не принадлежит плоскостям граней.
39. Страница 34, задача 8: верно ли, что имеются в виду плоские сечения? Тогда ответы “пятиугольник, шестиугольник” неверны.
40. Страница 34, задача 14: непонятно, который из двух многогранников имеется отрезанным.
41. Ответ к задаче (III)19: куб — не пирамида.
42. Страница 35, задача 20: опечатка.
43. Страница 36, две задачи 25.
44. Ответ к задаче (III)27 видимо на самом деле относится к какой-то другой. Где рисунок г)?
45. Страница 37, строки 7–4 снизу: тому, кто не знает заранее, непонятно, что значит “полностью объединить квадраты таким образом, чтобы к каждой вершине прилегали три квадрата”.

46. Страница 38, строки 4–6: то же самое. В учебнике для 7 класса не должно быть столь невнятных текстов. По существу, определение правильных многогранников осталось не объясненным.
47. Страница 39, строка 15: “они” — это числа? Это ближайшее предшествующее существительное, стоящее в множественном числе...
48. Ответ к задачам (IV)10а, б: неверно!
49. Страница 44, второй абзац: рассуждение логически порочно, поскольку влезание с измерительным прибором не является единственным возможным способом вычислить и сравнить длины диагоналей. В любом случае, определение с помощью (неизвестно как определяемого) “наложения” хуже во всех отношениях: наложить друг на друга внутренние диагонали многогранников заведомо труднее чем залезть с прибором.
50. Страница 46, строки 14, 15: пункты б, в формально излишни: если можно построить часть произвольной прямой, то уж конечно можно построить часть любой прямой из некоторого специального класса. Тогда зачем они нужны?
51. Страница 46, строка 16: нужно выразиться точнее о смысле этого “нельзя”, поскольку физически-то можно...
52. Страница 47, строки 13–14: конечно, никак мы их не будем строить, и никакой последовательности построения не требуется. Зачем все это делать, если нужная фигура *уже построена*?!? Это относится и к соответствующим местам во всех последующих задачах на построение.
53. Страница 47, строка 1 снизу: вот например здесь: нет, уже не нужно, поскольку задача уже решена.
54. Страница 49, строка 6: “Понятно, что... нужно...” Не согласен. “Нужно” = “необходимо”, а здесь можно, например, начать с откладывания не отрезка АВ длины s , а отрезка ВС длины a .
55. Страница 50, строка 7: на самом деле, в Исследовании нужно ответить еще на один вопрос: нельзя ли получить еще какую-нибудь фигуру с предписанными свойствами каким-нибудь другим построением?
56. Страница 52, Рис. 5.10: плохо, что на этом рисунке B и B_1 (а также C и C_1) имеют разный смысл.

57. Страница 55, задача 1: здесь и во всех прочих задачах этого типа в словах о равенстве треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ подразумевается, что при их наложении вершина A переходит в A_1 и т.д. Однако если этого не предполагать (а учащийся не обязан предполагать ничего, что не сказано явно), то задача становится некорректной.
58. Страница 55, задачи 3, 4: то же самое, но еще хуже: почему учащийся должен угадывать, какие вершины переходят в какие при этом равенстве?
59. Страница 56, строка 9: задача неправильная по существу. Конечно, никакие две из этих картинок не равны друг другу, потому что в реальном мире добиться полного совпадения невозможно. Все, что может сделать учащийся, — это гадать о том, в каких из этих случаев художник пытался изобразить равные фигуры. Как-то в этом роде и надо ставить вопрос.
60. Страница 57, задача 13(2, 4) и задача 14 (2, 4): в силу определения угла, никакая сторона не может быть заключена между двумя углами. Если же имеются в виду не углы, а вершины A и B , то не следует ставить обозначение \sphericalangle .
61. Страница 57, задача 20: вероятно, неявно предполагается, что при этом равенстве граней $OA = OC$, $AB = BC$?
62. Страница 62, предпоследняя строка Определения 30: “Данная точка” — это, вероятно, точка O ? По правилам русского языка получается другое.
63. Ответ к задаче (VI)4: чему соответствует пункт 2) этого ответа?
64. Ответ к задаче (VI)7 б) неверен. Для задачи 7 г) ответ не только 90, но и 180 градусов.
65. Страница 67, задача 21: какая фигура называется данной? Как должен выглядеть ответ?
66. Страница 70, Теорема 13: опечатка
67. Страница 71, строка –5: опечатка
68. Страница 72, строка 8 снизу: здесь не сказано, что окружность с центром в точке O в плоскости α — это та самая окружность, по которой строится коническая поверхность. Поэтому высказывание формально неверно: мы можем провести сколько угодно плоскостей через точку O , в каждой из них можно провести окружность с центром в этой точке (поскольку не сказано, что эта окружность должна совпадать с сечением плоскости конусом), и при этом пересечение такой плоскости и конической поверхности вовсе не обязано быть окружностью.

69. Страница 72, строка 6 снизу: и уж конечно оно никогда не является кругом
70. Ответ к задаче (VII)4: кроме учтенных автором, на этом рисунке имеется две пары взаимно вертикальных развернутых углов. Поэтому первый ответ — 4.
71. Страница 74, задача 7 и ответ к ней: при пересечении любых двух прямых образуются равные углы, а именно взаимно вертикальные.
72. Страница 75, задача 21: вероятно, не определяемое, а определенное? В ответе к этой задаче — опечатка.
73. Страница 75, задача 22: что такое точки их пересечения? Точки, в которой пересекаются все три или какие-нибудь две?
74. Страница 75, строка 3 задачи 23: вероятно, пропущено n перед “прямыми”.
75. Страница 76, задача 30: что в точности значит, что одна прямая вращается вокруг другой?
76. Страница 77, не доделаны года жизни Компанейца. По какому принципу авторы цитат разделяются на русских и российских?
77. Страница 78, рисунок 8.6 нереалистичен
78. Страница 79, строки 6–8: последняя “данная точка” — это опять точка O или какая-то другая? И то и другое плохо: второе неверно, а первое приводит к недоумению.
79. Страница 81, строка 3 пункта 8.3: катеты не определялись
80. Страница 82, предпоследняя строка п.8.3: позднее в этой книге? где?
81. Страница 83, строка 6 снизу: глядя... то
82. Страница 83, строки 5, 4 снизу: нужно (как и во многих других случаях) четко сказать, что значит “не лежат”: никогда не лежат или могут не лежать?
83. Страница 84, строка 10: опечатка
84. Страница 84, строка 13: опечатка
85. Страница 93, определение 39: что значит “определенным свойством”? Например, свойством принадлежать данной фигуре?

86. Страница 95, строка 1 снизу: совершенно недопустимо, чтобы было “принято” что-то противоречащее приведенному ранее недвусмысленному определению.
87. Страница 96, строка 2: пропущено требование, что прямая принадлежит той же плоскости. Уж если отказываться от предположения планарности, то всюду.
88. Страница 98, задача 7: что значит “ребра”? Все? Или два? Или сколько?
89. Страница 99, задача 15(2): на этом рисунке очевидным образом расстояние OO_1 равно расстоянию O_1O_2 , хотя, вероятно, это не подразумевается в задаче.
90. Страница 99, задача 16(3): при симметрии сохраняются абсолютно любые расстояния: симметрия является изометрией.
91. Ответ к задаче (VIII)34(2): есть случай, когда этот ответ неверен, случай концентрических окружностей.
92. Страница 101, задача 39: по правилам русского языка, “которой” относится к окружности, а не к хорде.
93. Страница 102, задача 62: если ориентироваться на приведенное в книге определение геометрического места, то таким примером является абсолютно любое множество точек. Все его точки обладают “определенным свойством” принадлежности именно этому множеству.
94. Страница 109, теорема 29: пропущено условие, что прямые лежат в одной плоскости.
95. Страница 110, строка 19 снизу: неверно, этот “важный вопрос” никого не интересовал в течение почти всех веков начиная с самого введения понятия параллельности: никто не сомневался, что ответ — единица. Математиков интересовал совсем другой вопрос: можно ли этот факт вывести из остальных постулатов Евклида.
96. Страница 110, строка 6 снизу: опечатка
97. Страница 111, строка 1 снизу: или совпадают.
98. Страница 113, строка 3: неявно предположено, но не сказано, что прямая MK пересекает их в разных точках, например как на рисунке.

99. Страница 118, строка, помеченная знаком !: нужно явно сказать, что берется только по одному внешнему углу для каждой вершины треугольника.
100. Страница 118, подстрочник: такие предположения чрезвычайно хорошо приводят к путанице. Определение многоугольника уже было дано и не содержало этого предположения, значит его не должно быть и впредь.
101. Страница 119, непосредственно перед пунктом 9.10: более того, не используется и столь неудачно заявленное свойство выпуклости.
102. Страница 120, по-видимому пропущена дополнительная информация, что Александрия и Асуан находятся на одном меридиане. Действительно, для данного вычисления расстояние между городами само по себе не важно, важно лишь расстояние между их широтами.
103. Неудачно введено понятие длины окружности. Цитируем:

“Начнем с такого вопроса:

Нельзя ли измерить длину окружности следующим образом — обмотать ее ниткой, затем нитку развернуть и приложить к линейке?

Нет, этот практический способ невозможно перевести в строгую математическую теорию.

Длина окружности — сложное математическое понятие, для определения которого нужны знания из раздела математики, который называется математический анализ.”

Во-первых, ответ на заданный вопрос, конечно, *да* — измерить окружность таким способом можно и именно так ее и стоило бы определить в первом приближении, что автор неявно и делает, поскольку никакого другого определения длины окружности он не дает, а далее лишь постулирует постоянство отношения длины окружности к диаметру. Ответ *нет*, предложенный автором, является ответом на другой вопрос: можно ли построить строгую математическую теорию, развивающую предложенное определение длины? Но такого сорта вопросы школьникам задавать бессмысленно. В общем, параграф “длина окружности” представляется весьма неудачным.

Председатель комиссии

В.А.Васильев

Секретарь комиссии

Н.Н.Андреев