

Дополнительный отзыв
на оригинал-макет учебника/задачника
А.Г. Мордковича “Алгебра-7”

Ниже приводится список из 104 ошибок, неточностей, неоднозначностей и неряшеств (в том числе 28 прямых математических ошибок, их описание выделено полужирным шрифтом), безусловно не позволяющих рассматривать данный текст как соответствующий научным представлениям, а также наводящих на грустные размышления о том, с какой добросовестностью у нас подходят к обсуждению и рецензированию работ, представленных на премию Президента.

Изложение содержательных фактов формалистично, не дается мотивировка и не объясняется естественность правил, методов, тождеств. Она систематически заменяется описанием психологии фантастических существ — “математиков”, которые эти правила и объекты зачем-то выдумали. Из этих сюжетов (возможно, против воли автора) математики предстают сборищем формалистических дебилов, которые все время озабочены тем, какое бы им выдумать новое понятие или обозначение, и только после того, как выдумали, начинают соображать, каким свойствам объект, обозначенный таким символом или термином, мог бы или должен бы был удовлетворять. При этом не создается понимания того, что все эти понятия жестко навязаны реальной жизнью и/или практикой вычислений, а особый “математический” язык, на котором имеют обыкновение говорить эти жуткие персонажи, объективно адекватен структуре тех достаточно сложных вещей, которыми они занимаются, и которые никак проще выразить и невозможно.

Я провел только выборочную проверку задач и ответов, достаточную, однако, для нахождения критической массы ошибок и для общего вывода о том, что текст не удовлетворяет упомянутым требованиям. На мой взгляд, авторы обязаны сами выверять все задачи. Поэтому я сохраняю за собой право в случае повторного рассмотрения в следующем году сделать *другую* случайную выборку.

Нетрудно подсчитать, что даже самая непринципиальная и смешная ошибка в учебнике из федерального списка — это тысячи зря (и даже во вред) потраченных учениками и учителями часов разочарования, недоумения, создания ошибочных представлений, приучения детей к тому, что что-то можно делать не на высшем уровне добросовестности — цена несравнимая с трудозатратами авторов на тщательную проверку собственных задач и утверждений. При том, что данный текст — проект уже девятого переиздания, это очень нехорошо.

Аналогично, отмечаемые ниже несовершенства терминологии, формулировок, грамматики — это только верхний слой, наиболее режущий глаз и порой не позволяющий перейти к рассмотрению текста на более содержательном уровне.

Список замечаний

Учебник

Всюду в этом списке номер строки вычисляется без учета выключных формул и заголовков разделов.

1. Стр. 3, строка 16. Во-первых, слово “характеризуется” означает, что этими свойствами данный учебник выделяется среди других. Тем самым это утверждение подразумевает некоторое негативное высказывание о учебниках других авторов, что не вполне соответствует нормам профессиональной этики. В любом случае, вряд ли дело автора — писать такие заведомо положительные слова о своем собственном творении.

На мой взгляд, это утверждение и просто неверно: в учебнике очень много нечетких, непонятно что означающих высказываний, разговоров о толком не определенных объектах. Об этом — ниже.

2. Стр. 5, строка 2 текста от редакции. Это предложение буквально означает, что изображение знаков является субъектом, который что-то или кого-то ясно воспринимает (а не то, что кто-то другой ясно воспринимает это изображение, как вероятно хотел сказать написавший это представитель редакции).
3. Стр. 5, строка 3 текста от редакции. По правилам русской грамматики, местоимение “они” относится к последнему предшествующему существительному в множественном числе, в данном случае к полям книги.

По-моему, и весь этот текст от редакции написан совершенно кошмарным языком и должен быть переписан.

4. Стр. 7, Пример 1. “Упростить” числовое выражение — значит попросту вычислить? Можно ли себе представить решение такого задания, не включающее доведения до числа, но оцененное положительно? Тогда так и надо сказать: “вычислить”.
5. Стр. 9, строка 4. Порядок действий — это ни в коем случае не математический факт (то есть не содержательное утверждение), а всего лишь некоторое семантическое соглашение, позволяющее сократить запись. Понятия и операции (пп. 6–8) также никак не попадают в категорию фактов.
6. Стр. 12, строка 2 снизу. Нельзя написать, что это равенство верно, не добавив при этом “при условии $a + b \neq 0$ ”.
7. Стр. 13, первые три строки. Это высказывание естественно понимать так, что “нематематики”, с тем же успехом разговаривая о тех же самых проблемах,

обходятся без этого особого языка. На самом же деле на “обычном” языке эти проблемы в подавляющем большинстве вообще никак не выразимы.

8. Стр. 14, строки 4–2 снизу. Автор действительно считает, что алгебра в основном занимается этим?
9. Стр. 16, строка 4 снизу. Разве привести уравнение к виду $x = 10$ не значит решить его? Почему сказать, что мы его решили, недостаточно точно?
10. Стр. 17, строка 13. “Упрощение” модели — это, например, превращение нелинейной модели в линейную путем отбрасывания старших членов, или игнорирование слабых взаимодействий, или округление коэффициентов, полученных из эксперимента, и т.д. Вероятно, здесь слово “упрощение” употребляется в каком-то другом смысле, что приучает читателя к неправильной терминологии и впоследствии приведет его к недоразумениям.
11. Стр. 19, строка 5. Все же необходимо сказать “приближенно определить”, поскольку и -4 и 8 утра — выводы неточные.
12. Стр. 19, строка 8. Сказанное здесь выглядит как определение графической модели, хотя в действительности, вероятно, автор имел в виду лишь то, что это — один из примеров таких моделей. Например, на стр. 24 графической моделью именуется координатная прямая.
13. Стр. 19. Третий параграф закончен, а вопрос, поставленный в его заглавии, так и остался не только без точного ответа, но даже не проиллюстрированным на достаточном количестве примеров, которое дало бы возможность понять, что сам автор считает математической моделью, а что — нет (после чего я был бы готов спорить либо соглашаться с его концепцией).
14. Стр. 19, строка 5 снизу. В любом случае, линейное уравнение само по себе математической моделью являться не может: бывают только модели чего-то реального.
15. Стр. 20, строки 3–9. Неоднозначность с расстановкой “смысловых скобок” в этих трех предложениях. Выглядит все следующим образом. Сначала утверждение: уравнение $3x = 12$ имеет корень $x = 4$. Затем обоснование этого утверждения: оно верно, потому что, во-первых, $3 \cdot 4 = 12$ — верное равенство, а во-вторых, других корней нет. И то же самое для двух других утверждений.
16. Стр. 23. Как может быть, чтобы одна и та же полка заполнялась “сплошь”, как при постановке на нее 20 книг, так и при постановке 15 книг?
17. Стр. 24, строка 11. Почему x а, например, не y ?

18. Стр. 24, строка 13. Вставить слово “координатной” перед “прямой” — иначе неверно.
19. Стр. 24, последние два абзаца. Что здесь понимается под “числом”? Насколько я понимаю, к этому моменту школьники знакомы только с рациональными числами. Тогда утверждение, что чисел столько же, сколько точек на прямой, их введет в заблуждение.
20. Стр. 26, строка 5. Не разновидности, а разделы.
21. Стр. 31, строка 12. Для чего здесь лишний раз требовать прямоугольность? Конечно, школьники другой системы и не знают, но ведь для любой другой линейной системы координат алгоритм тот же самый?
22. Стр. 35, строки 10–11. Это — определение линейного уравнения, из которого ученик усвоит, что уравнение $x = 5$ на плоскости не является линейным.
Аналогично, в последнем абзаце этой страницы условие, что a, b одновременно отличны от 0, необходимо заменить на условие, что хотя бы одно из них не равно 0. Это создаст мелкие неудобства и необходимость уточнений впоследствии, но без этого просто неверно.
23. Стр. 41, строки 3–2 снизу. Разве ученики еще не знают, что умножить на $1/2$ и поделить на 2 — это одно и то же?
24. Стр. 45, строки 16–17 и формула после них. В соответствии с описанным выше алгоритмом решения (первый шаг — создание модели, второй — ее решение, третий — интерпретация решения), это не модель, поскольку число 16 мы найдем только при выполнении второго шага, а модель должна быть уже вполне готова на первом. Вместо условия $x = 1, \dots, 16$ должно быть условие $y \geq 0$.
25. Стр. 45, строка 4 снизу. А где-нибудь уже говорилось, что такое множество? Употребленное без комментариев, это слово может запутать человека.
26. Стр. 49, первые три строки. Доказательство совершенно неудовлетворительно. Да, старые точки экстремума выброшены, но ведь теперь стоит вопрос о экстремальных значениях на *оставшемся* множестве. Представим себе, что рассматривалась функция, определенная не на отрезке, а на множестве из 5 точек. Потом две из этих точек — как раз те, в которых эта функция имела экстремумы — выбросили. Данное рассуждение точно так же “доказывает”, что у получившейся функции на трехэлементном множестве нет

максимального и минимального значений? Любое правильное обоснование обязательно должно как-то использовать принципиальную разницу между отрезком и конечным множеством.

27. Стр. 50, строки 11 и 8 снизу. Как это “прямая расположена выше оси”? Как это может зависеть от знака $x - 3$? Некоторая вольность речи, вероятно, неизбежна, но не до такой степени, когда она приводит к прямой бессмыслице.
28. Стр. 52, строки 4–5. Например, отношение двух величин 6 и 3 равно вполне конкретному числу 2, отличному от 0. Согласно данному здесь определению, получаем, что они прямо пропорциональны?
29. Стр. 53, строка 3 снизу. Прямая всегда образует с лучом угол не больше прямого (если не оговориться, что мы рассматриваем ориентированный угол, или ориентированную прямую, или еще что-нибудь в этом роде).
То же самое в самом конце 9-го параграфа.
30. Стр. 56, строка 11. “Характерная особенность языка” — это нечто, отличающее этот язык от других. Разве в других языках (ну, например, в суахили) есть противопоставление между тем, что относится к алгебре и геометрии?
31. Стр. 58, строка 7 снизу. Разве это *мы* разработали эти алгоритмы?
32. Стр. 61, формула (2). Выше нас учили, что необходимо приводить все уточнения и ограничения для модели: в данном случае это будет условие, что решения должны быть натуральными (или хотя бы целыми неотрицательными).
33. Стр. 62, первый абзац. Помнится, несколько выше случай совпадающих прямых рассматривался как частный случай параллельности. Здесь это уже приводит к нестыковке.
И еще сильнее — в начале страницы 64.
34. Стр. 63, строка 9. Как же это прямые могут уместиться на чертеже???
35. Стр. 73, строки 5–4 снизу. Для того, чтобы произвести эти вычисления, математику совсем не нужно сначала переписывать степень в виде произведения.
36. Стр. 73, строка 3 снизу. Опять-таки, почему это “особенность”? Разве, например, в китайском языке это не так?

37. Стр. 74, строка 10. Здесь утверждается, что всегда показатель степени – натуральное число? Это неверно. Вероятно, автор забыл сказать слова типа “в этом учебнике”, “в данном курсе”, “мы рассматриваем только...” или что-то в этом роде.
38. Стр. 78, последняя строка. Формально-грамматически, слова “это так” относятся к слову “выгодно” (в 17 параграфе мы узнаем, почему это выгодно), хотя автор, вероятно, имел в виду обоснование предыдущего равенства.
39. Стр. 79, строка 18. **Открыть** это нам вряд ли удастся: увы, но нас немного опередили. Можно на минуту “забыть” об этом и поиграть в открывателей, но это должно быть явно оговорено.
- То же самое в строке 5 на стр. 80 и в строке 7 на стр. 83.
40. Стр. 81, повтор в формуле доказательства пункта 3) сверху (второй и третий члены в цепочке равенств буквально совпадают).
41. Стр. 85, строка 1 снизу. Как это “аналогично”? Наверно, здесь не обойтись без метода индукции или еще какого-то эквивалентного приема: иначе от 6 к n не перейти.
42. Стр. 87, строка 4 сверху. Неверно, что **ничего** нельзя сделать и что обязательно надо вычислять в лоб. Например, разве плохо сделать преобразование $5^{10}2^{11} = 2 \cdot 10^{10}$?
43. Стр. 87, строка 5 снизу. Выглядит так, что математики зачем-то задались целью непременно ввести символ a^0 и для этого стали думать, каким бы свойствам этот символ должен был удовлетворять. На самом деле, конечно, наоборот: жизнь навязала им этот совершенно конкретный объект вместе со всеми его свойствами.
44. Стр. 89, строка 4 снизу. “считают также” выглядит как дополнение к предыдущему Определению, которое тем самым получилось бы неполным. Нужно сказать “в частности” или “в том числе являются”.
45. Стр. 90, строка 6. Неубедительно. Мало ли что как можно переписать? Выражения $x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x}$, $\frac{a^2}{a}$ и $x(\sin^2 x + \cos^2 x)$ тоже можно переписать как одночлены (при подходящем понимании слова “переписать”), но ведь они не являются одночленами.
- То же самое в строке 9.
46. Стр. 92, строка 9. Опять-таки нет. Математики обычно тогда только вводят новое понятие для какого-нибудь класса объектов, когда видят, что с ним

будет удобно работать. Так что они начинают думать над тем, как с ним работать, задолго до того, как ввести понятие.

47. Стр. 93, строка 8. Откуда ясно? Вообще, введение всех этих операций над одночленами и многочленами в учебнике никак не мотивировано. Мотивировка очень проста: преобразование должно превращаться в верное равенство при подстановке любых значений переменных. Но это вовремя не объяснено. Это же замечание к первому абзацу параграфа 22 и к “решению” в начале страницы 99.
48. Стр. 93, строки 15–17. Сравнение неточно, а утверждение неверно. Как после такого утверждения (что неподобные одночлены нельзя складывать) ученик должен воспринимать определение многочлена на стр. 102??
О том же вторая строка параграфа 22.
49. Стр. 99, строка 5 снизу. То, в каком смысле нам дозволено делить, должно быть объяснено при постановке задачи. А если не объяснено, то это вообще не задача, и нельзя рассуждать о ее корректности, как это сделано в начале стр. 100.
50. Стр. 100, Первое наблюдение странно: утверждается, что если одночлены записаны не в стандартном виде, то поделить их нельзя ни при каких обстоятельствах?
51. Стр. 100, Третье и четвертое наблюдение. Например, $0 \cdot x^2$ — полноценный одночлен (в том числе и в соответствии с предыдущими определениями). Значит, можно поделить на него одночлен $3 \cdot x^5$?
52. Стр. 103, замечание 1. Очень не советую наводить детей на размышления об односложных словах русского языка, в особенности во время урока.
53. Стр. 108, Пример 1. Что происходит? Какое-то обоснование для правила умножения, чтобы оно не вводилось чисто формально? Но “введение новых переменных” не уменьшает, а увеличивает непонятную формалистику. Всюду подспудно имеется в виду мотивировка, указанная в первом замечании к стр. 93, но так явно и не произносится.
И все то же самое в начале параграфа 27.
54. Стр. 109, конец Решения примера 2. Как нельзя? Умножить его на одночлен 1 — вот и представили. Так что утверждение формально неверно, чего в математическом учебнике быть не должно.

55. Стр 126, Алгоритм в рамочке. Дети должны понимать, что правила 1 и 2 имеют совершенно разный статус. В реальных задачах коэффициенты почти никогда не бывают целыми числами (а оказываются целыми почти исключительно усилиями составителей задачников, подбирающих условия так, чтобы ответ был покрасивее). Поэтому правило 1 посвящено лишь получению наиболее приятной для глаза записи, тогда как правило 2 есть нечто содержательное.
56. Стр. 127. Пример 3 может создать впечатление, что делимость на $5a^2$ и, скажем, на $25a^2$ — это разные свойства: данный здесь многочлен на первый одночлен делится, а на второй вроде бы нет?
57. Стр. 133, конец решения Примера 3. Это ответ не на ту задачу! В задаче требуется разложить, а не “разложить с помощью таких-то формул”. Значит, решения здесь нет.
58. Стр. 133, строки 1 и 3 снизу грамматически непонятны. К чему относятся оба слова “соответственно”?
59. Стр. 138, строка 7 снизу. Разве это не тавтология?
60. Стр. 138, строки 5–6. Опять-таки, (я уверен) не предвидя, а уже получив такую модель от жизни.
61. Стр. 140. “Нужно” — значит без этого никак не обойтись. Например, здесь тем самым утверждается, что мы никак не можем сократить дробь $\frac{x^2-y^2}{x^2-y^2}$, иначе как “прежде всего” разложив числитель и знаменатель в произведения.
62. Стр. 141, строка 13. Почему “значит”? Разве раньше в главах 4–7 мы следили за тем, что наши операции удовлетворяют свойству тождественности?
63. **Стр. 142, Определение. Согласно этому определению, имеем “тождество”**

$$5x^2 = \frac{1}{x-x}.$$

64. Стр. 152, строка 9. В посылке этого высказывания содержится некоторое условие про y , в заключении же эта переменная отсутствует. В корректных высказываниях так не бывает. Например, почему бы не вычеркнуть “ $y = f(x)$, где” и оставить только “если $f(x) = x^2$, то $f(2) = 4$ ”?
- Аналогично двумя строками ниже.
65. Стр. 154, строка 3. Лишняя запятая.

66. Стр. 157, свойство 3 внизу страницы. Неверно, эта функция непрерывна во всей области своего определения.

Задачник

67. Стр. 19, задача 96. Не нужен вопросительный знак в пятой строке.
68. Стр. 21, задача 84. Местоимение “нем” формально-грамматически относится к последнему произнесенному существительному, то есть к (первому) участку, что делает формулировку бессмысленной.
69. Стр. 22, задача 123(г) и ответ к ней на стр. 206. Ответ неверен.
70. А почему ответы начинаются на стр. 206, тогда как основной текст задачника заканчивается страницей 183? Не пропущено ли что-то?
71. Стр. 22, задача 126(б) и ответ к ней. Ответ 28 неверен. Верный ответ 26.
72. Стр. 23, задача 137. Грамматика: “из пункта А и В ... выехали”
73. Стр. 24, задача 144 и ответ к ней. Ответ 2700 и 3100 неверный. Верный ответ -5000 и -4600 (то есть продавец приплачивал покупателю, согласившемуся избавиться его от 1 кубометра того или другого материала, соответственно 5000 или 4600 рублей).
74. Стр. 24, задача 146. Ответ неполон. Упущен случай, когда пункт В отстоит от пункта А на 6 километров в ту же сторону, в которую поехал автобус. Тогда ответ 90.
75. Стр. 25, задача 151. Поскольку бананы и апельсины — объекты дискретные, условие однозначно читается как сравнение числа штук (а не килограммов) тех и других, что делает задачу неразрешимой.
76. Стр. 40, задача 244(б). Зависит от того, где это уравнение рассматривается. Если на координатной плоскости, то это полноценное линейное уравнение с двумя неизвестными.

Без такого определения жить будет очень трудно. Например, очень скоро школьнику придется проходить равносильные преобразования линейных систем, в том числе такое: если одно из уравнений системы заменить на его разность или сумму с другим, то получим равносильную систему. Что же, надо будет специально оговаривать случай, когда в результате в одном из уравнений коэффициент обратится в нуль (так что, согласно данному странному определению,

это уже не будет линейное уравнение на плоскости, и тем более система, его включающая, не будет системой линейных уравнений)?

77. Стр. 60, задача 390(г). Ответ неверен.
78. Стр. 66 и 67. Задачи 420(в) и 428(а) совпадают.
79. Стр. 71. Непонятно, почему не стоит кружочек перед номером задачи 454. Вроде бы эта задача ничем не отличается от соседних.
80. Стр. 76, задача 474. Слово “в среднем” в условии излишне. Действительно, далее сказано, что за *каждые* три дня этот тракторист вспахивал одно и то же количество гектар, откуда легко следует, что и за каждый день он вспахивал точно одну и ту же площадь.
81. Стр. 76, задача 476 и ответ к ней. Структура ответа непонятна. Во всех аналогичных задачах ответ состоит только из одной пары чисел: сначала значение для первого объекта (в данном случае машины), а потом для второй. Данный ответ создает впечатление, что имеются два принципиально разных решения, что неверно.
82. Стр. 76, задача 478. Впрочем, здесь это правило зачем-то нарушено. В условии сначала упоминается черешня, а потом вишня, в ответе же приводится сначала значение для вишни, а потом для черешни.
83. Стр. 85, задача 529(б). Ответ 293 неверен. Верный ответ 294.
84. Стр. 85, задача 535(б). Ответ 144 неверен. Верный ответ 244.
85. Стр. 86, задача 538(а). Ответ $-7\frac{1}{6}$ неверен. Верный ответ $-7\frac{1}{9}$.
86. Стр. 101, задачи 660, 661. В условиях этих задач измерения параллелепипеда появляются в таком порядке: длина, ширина, высота. А ответ почему-то приводится сначала для ширины. Это сбивает читателя с толку.
87. Стр. 105, задача 701. Ответ неверен. По-видимому, авторы забыли про множитель 2 в формуле для площади поверхности.
88. Стр. 115, задача 769(а). Ответ 2 неверен. Верный ответ 8.
89. Стр. 115, задача 769(б). Ответ $-1\frac{5}{8}$ неверен. Верный ответ $-\frac{53}{64}$.
90. Стр. 115, задача 770(б). Ответ $p(-1) = 4$ неверен. Верный ответ 0. Это совсем легко усмотреть, если заметить, что полином разлагается на множители в виде $(x - 1)(x + 1)(2x + 3)$.

91. Стр. 115, задача 774(а). Откуда в ответе переменная a ?
92. Стр. 116, задача 776. Все ответы неверны.
93. Стр. 116, задача 777. Все ответы неверны. Судя по этим ответам, авторы хотели написать полином, приводящийся к виду $(a - b)^3$, но сделали сразу две ошибки в знаках в одной формуле!
94. Стр. 116, задача 778(б). Ответ 0 неверен. Верный ответ $\pm\sqrt[4]{2}$.
95. Стр. 116, задача 781. Вот ответ одновременно на оба пункта задачи:

$$z^5 + 5.$$

Это — многочлен от одной переменной, приведенный к стандартному виду. И клянусь, что, записывая его, я честно считал, что $y = 3x^2 - 2x + 5$, а $b = 4 - a^2 + 3a$. Так что все условия задач выполнены.

96. Стр. 117, задача 784: что-то не так со склонением.
97. Стр. 119, задача 795(б). Ответ -1 неверен. Более того, данное уравнение имеет три корня, ни один из которых не совпадает с указанным. Это легко следует из того, что стандартная форма полинома равна $y^3 - 2y + 1$, то есть разлагается в произведение $(y - 1)(y^2 + y - 1)$.
98. Стр. 139, задача 956(в). Ответ ± 6 неверен. Верный ответ $\pm 0, 6$.
99. Стр. 140, задача 957(б). Ответ 77 неверен. Верный ответ 6,6.
100. Стр. 140, задача 957(г). Ответ 150 неверен. Верный ответ 45.
101. Стр. 139, задачи 960–965. В математике термин “разложение многочлена на множители” обычно не применяется к выделению числового множителя. Если же подходить формально, то все эти задачи решаются совершенно одинаково: перед каждым из приведенных полиномов поставим знаки $1 \times$ или, если угодно, $\frac{1}{2} \times 2 \times$. Вряд ли это то, что предполагают авторы, и за что они готовы поставить “пятерку”. Тем не менее, за точный ответ на вопрос нельзя снижать отметку. Значит, что-то не так с вопросом.
102. Стр. 140, задача 977(б). Ответ 3; 6 неверен. Верный ответ 2; 6.
103. Стр. 140, задача 977(в). Судя по ответу, задача записана неверно. Вероятно, надо либо x заменить на y , либо наоборот.
104. Стр. 140, задача 980(б). Ответ $m^2(m - n)(3 - n)$ неверен. Верный ответ $m^2(m - n)(3 + n)$.

В.А.Васильев