Экспертное заключение
на учебник А.Д. Александрова, А.Л. Вернера, В.И. Рыжика
“Геометрия” для 10 классов
школ с углубленным изучением математики
(изд-во “Просвещение”)

С одной стороны, авторы декларируют как одну из своих задач строгое логичное аксиоматическое построение стереометрии. С другой – по ходу дела они используют массу неопределенных понятий (например, “фигура”, “планиметрия”) и пускаются в не имеющие точного смысла философские рассуждения, в действительности имеющие своей задачей пояснить то, что не удалось сделать строго. Введенная в начале первой главы аксиоматика (включая систему определений) не выдерживает критики (см. ниже). Много некорректных и неотработанных рассуждений, определений и формулировок задач, что может объясняться только недостаточным прилежанием авторов при написании текста.

Большим недостатком является отсутствие ответов (и решений) к задачам. Поскольку в учебнике много нестандартных задач, многим учителям будет трудно самостоятельно правильно их решить, тем более — преподать наиболее рациональный или наиболее концептуально насыщенный вариант решения. Такой список решений должен существовать хотя бы в виде “исключительно для учительского пользования”. Однако в этом случае полноценная экспертиза учебника невозможна без экспертизы такого приложения.

В любом случае, данный учебник нельзя отдавать в школу без радикальной доработки.

Список замечаний

1. Начиная с первой страницы введения и далее многократно встречается дикое словосочетание “на плоскости выполняется планиметрия”. Что совсем никуда не годится, оно участвует в определении плоскости (на стр. 14): “плоскостями называются фигуры, на которых выполняется планиметрия и для которых выполнены аксиомы стереометрии”. И все!

   Во-первых, здесь плоскость определяется через понятие планиметрии, которое в свою очередь без ссылки на понятие плоскости определить нельзя. Во-вторых, слово “выполняется” двусмысленно. Оно в данном случае может быть вариацией слова “верна” (на плоскости выполнены, то есть верны, аксиомы и теоремы планиметрии). Но тогда так и надо сказать, и кроме того обязательно очертить, что в круг этих фактов входит, а что – нет. А может быть, авторы хотели так описать некоторый процесс: в поле кем-то выполняется сенокос, а в плоскости кем-то другим — планиметрия, и плоскость – это по определению то поле, в котором кто-то занимается планиметрией, а как только прекратил заниматься, так уже и не плоскость? Очень сомнительно, что А.Д. Александров приветствовал бы такой постмодернистский в духе епископа Беркли подход к геометрии.

Вообще, я вполне допускаю, что авторы, реально писавшие этот учебник, являются талантливыми учителями математики, но изящная словесность — абсолютно не их жанр; все лирические и философские отступления (а лучше – и весь текст) обязательно должны быть переписаны с помощью других людей, обладающих хотя бы средней квалификацией в деятельности этого рода. Особенно это относится к введению.

2. Стр. 10, строка 11 сверху. “Так геометрия соединяет...” Как “так”?

3. Стр. 11, строка 17. Уточнять или утончать?

4. Стр. 16, строка 2. Не “она” (прямая), а “оно” (пересечение) — иначе утверждение бессодержательно.

5. Стр. 17, последние 4 строки – начало стр. 18. Во-первых, нигде не сказано, что такое фигура. Во-вторых,[1] согласно этому определению полупространством является, в частности, объединение плоскости с любым непустым подмножеством одного из полупространств (в стандартном смысле последнего слова).

   Это определение не противоречит следующей аксиоме 4 (стр. 18): “Каждая плоскость разбивает пространство на два полупространства”. Действительно, всякое полупространство (в общечеловеческом смысле) является частным случаем полупространства в смысле этой аксиоматики.

   Но вот комментарий к этой аксиоме (там же, следующий абзац) уже противоречит всему сказанному выше. “Иначе говоря, для каждой плоскости α существуют ровно два полупространства, ограниченные плоскостью α...” Действительно, это настолько “иначе говоря”, что совершенно меняет смысл. Согласно сказанному выше, существует бесконечно много таких полупространств.

   Все! Аксиоматика рухнула и похоронила под собой значительную часть последующего текста. Вот примеры.

6. Стр. 18 в последнем абзаце перед разделом 1.4. “Две фигуры лежат по разные стороны... если они принадлежат разным полупространствам,

[1] Следующее здесь замечание ошибочно.– В.В.

ограниченным этой плоскостью". В предпоследнем абзаце: "две фигуры лежат по одну сторону... если они принадлежат одному из полупространств..." Выходит, что одни и те же две фигуры (даже не пересекаясь с плоскостью) могут одновременно лежать как по одну, так и по разные стороны от плоскости.

7. Стр. 27, задача 1.22. "Концы ломаной, состоящей из двух отрезков, лежат по разные стороны от данной плоскости. Докажите, что она пересекает эту плоскость." Согласно только что процитированному определению понятия "по разные стороны от плоскости", в данной аксиоматике это утверждение очевидно неверно.

8. Разговоры, начинающиеся с "можно условно сказать" в строке 16 на стр. 20 и "можно кратко ответить так" там же в строке 9 снизу только замутняют понимание.

9. Стр. 20, строка 3 снизу. "Точная оценка величины называется ее измерением". Неужели кто-то думает, что это словосочетание прибавляет ясности, а не наоборот?

10. Стр. 46, строка 8 снизу. "углы и отношения длин непараллельных отрезков могут изменяться произвольно." Нет, не произвольно. То, что сказано, верно лишь либо по отдельности для угла либо для отношения длин двух отрезков. Но если брать и то и другое (как нам позволяет союз "и" в цитате) либо рассматривать больше отрезков, то немедленно возникают ограничения.

11. Стр. 50, строка 7. Морица (или Мориса).

12. Стр. 53, строки 17-18. "Существование такой прямой доказывается: имеет место теорема существования прямой, параллельной данной". Конечно, эта теорема "доказывается" лишь на основании какой-то другой дополнительной аксиомы, заменяющей доказываемое высказывание: ведь в сферической геометрии (а нам никто не сказал, что уже подразумеваемые аксиомы в ней не проходят) это "доказать" невозможно. Вероятно, за кадром осталась аксиома Архимеда, но без чего-то в этом духе обойтись нельзя. Значит, детей опять обманывают.

13. Стр. 55, третий абзац. "Постулат построения": "Если задана фигура, то о каждой точке пространства можно сказать, принадлежит она этой фигуре или не принадлежит". Наверно, это просто расшифровка-определение слов "задана фигура"?

14. И тут же комментарий к этому "постулату". "Другими словами, можно выбирать в пространстве точки, как принадлежащие данной фигуре, так и не принадлежащие данной фигуре". Может ли кто-нибудь объяснить, почему эти два высказывания соединены словосочетанием "Другими словами", которое должно свидетельствовать о равносильности?

15. Стр. 55. Третий "постулат построения" уж слишком просто вытекает из второго и четвертого.

16. Стр. 60, задача 5.5. Эта задача может и не иметь решения: если один из кругов лежит в плоскости, проведенной через все три центра (и эти центры не лежат на одной прямой).

17. Стр. 61. Еще одно определение плоскости, "на которой выполнена планиметрия".

18. Стр. 87, задачи 7.25 и 7.26. Требуется доказать простую теорему "исходя" из намного более сложного дополнительного построения.

19. Стр. 94, задача 8.8. Задача не имеет решения: искомое значение может оказаться любым числом от 0 до $\sqrt{3}$.

20. Стр. 96, задача 8.21. Используемое здесь отношение ортогональности двух пространственных прямых (вообще говоря, не лежащих в одной плоскости) и соответствующее обозначение не определялись. Соответственно, задача не сформулирована.

21. Стр. 96, первое предложение раздела 9.1. Что здесь имеется в виду под возможными случаями расположения? Суд по тексту далее, параллельность считается таким случаем, а перпендикулярность – нет. Как читатель может об этом заранее догадаться? Соответственно, как предполагается решать задание, сформулированное в первой строке на стр. 113: рассмотреть все возможные случаи расположения отрезка относительно плоскости?

22. Стр. 113, строка 21. Это выглядит так, что фокус – вполне определенная точка эллипса (а не одна из двух равноправных).

23. Стр. 113, подстрочник. По моим воспоминаниям, французская революция 1790-х годов обычно называется не буржуазной (в отличие от 1830-го года), а Великой.

24. Стр. 116, задача 11.7. Что такое проекция линии на две плоскости? на две прямые?

25. Стр. 119, задача 11.17. Зачем в этой формулировке движение плоскости (да еще "параллельно себе"), если вопрос ставится о единичном плоском сечении?

26. Стр. 123, подстрочник. Итак, получаем очень сложное определение расстояния, непременно предполагающее рассмотрение двух случаев: есть в фигуре F точки, ближайшие к A, или нет. Эти две части можно заменить одной, если рассматривать расстояние от A не до F (как в первом случае) и не до границы F (как во втором), а просто до замыкания F.

27. Стр. 133, задача 12.15. "Приведите пример двух неплоских линий, расстояние между которыми постоянно". Как нам недавно объяснили, расстояние между двумя линиями (как и вообще между любыми двумя фигурами) — это (неотрицательное) число. Как оно может быть непостоянным?

28. Стр. 140, строка 20 снизу. "Установить связь между величинами — значит в конечном итоге найти формулу, в которой были бы все эти величины да еще, возможно, некоторые постоянные". Неверно: хорошо бы еще, чтобы эта формула имела какое-нибудь отношение к зависимости между этими величинами, например, превращалась в равенство тогда и только тогда, когда все эти величины принимают одновременно осуществимые значения.

29. Стр. 143, задача 13.13. "узнать длину диагонали спичечного коробка, ничего в нем не измеряя". Ничего измеряя, никакую длину вычислить, конечно, нельзя. А что здесь подразумевается — не будучи уже знакомым с этой задачей, догадаться невозможно.

30. Стр. 148 и вокруг. Итак, двугранный угол — это фигура, а плоский – это величина!

31. Стр. 155, задача 14.4. "биссектор двугранного угла — это такая полуплоскость, которая выходит из его ребра и делит его на два равных двугранных угла". Нам же только что объяснили, что двугранный угол — это фигура, составленная из пары полуплоскостей. Как можно еще одной полуплоскостью разделить пару полуплоскостей на две равных пары полуплоскостей?

32. Стр. 170. "Сфера и шар — самые симметричные фигуры..." самые — то есть все остальные строго менее симметричны? А шаровой слой?

33. Стр. 178, задача 15.41. "А если плоскостей четыре? Решите задачу для общего случая". Если плоскостей четыре, то надо требовать не того,

же, что и раньше (что все плоскости не проходят через один диаметр), а что никакие три не проходят через один диаметр. По крайней мере, в “общем случае” задача без такого (или несколько более слабых) комбинаторных ограничений в полной общности не решена.

34. Стр. 219, первая Теорема. В формулировке пропущено требование ограниченности, иначе утверждение неверно (должно быть заменено на “не более чем в одной”).

35. Стр. 243, строки 14–12 снизу. Утверждение неверно: в задаче 2 вообще нет никакой точки B.

Содержание учебника в его настоящем виде не соответствует современным научным представлениям.

В.А.Васильев