

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ
на учебник “Алгебра” 7 класс
авторы: Э.Г. Гельфман и др. (издательство "Просвещение")

Это — учебник для неумных детей, которым так и предстоит остаться неумными. Неудовлетворительно отношение авторов к математической корректности высказываний, к доказательности утверждений. Очень много задач, в которых требуется угадать, в каком виде авторы хотят получить ответ; если же не делать таких предположений, то либо ответ не однозначен, либо (когда и не требуется дать однозначный ответ) можно выбрать его совершенно тривиальным, безусловно не подразумеваемым авторами. Однако одна из важных целей математического образования состоит именно в том, чтобы научить детей читать в каждом тексте ровно то, что там написано. Авторы очень часто уходят от доказательства даже совсем простых утверждений, либо заменяя доказательство каким-то намеком или комментарием, либо вообще ограничиваясь разбором примеров. Конкретные примеры всего этого — ниже, но исправление ситуации должно быть достаточно радикальным и системным, и, конечно, не исчерпываться учетом конкретных замечаний, лишь иллюстрирующих систему.

Список замечаний

1. Стр. 2, предисловие, последний абзац. Несогласованность между словами “Авторы” в начале и “наш” в конце.
2. Стр. 10, строка 5 снизу. ...и фазанах. (Их тоже не должно быть меньше 0).
3. Стр. 11, строки 8 и 10. Нестрогие неравенства не годятся, раз в условии говорится, что сидят и те, и другие. Более того, вероятно, множественное число следует интерпретировать так, что оба числа больше 1, откуда получается еще более сильное ограничение.
4. Стр. 12, задание 10(1). Конечно, вопрос про периметр не имеет однозначного решения.
5. Стр. 20, задача 16(2). Сразу приходят в голову две разные закономерности: $2n - 1$ и $n + k - 2$, где k — номер графы. В последнем случае ответ 11, 24, 31, 59.

6. Стр. 23. Всюду должно быть “аль-Хорезми”, иначе получается неуважительная топонимическая кличка, как если человека по фамилии, например, Слободской звать просто “Слобода”.
7. Стр. 23. ... не читал Диофанта... Существует другая версия, напрямую связывающая взлет мусульманской средневековой науки с захватом Александрии с остатками тамошней библиотеки.
8. Стр. 34, последняя формула. Нужны еще одни скобки, окружающие первые пять десятков.
9. Стр. 35, теорема 2. Условие $m > n$ должно быть указано в основной части формулировки (до двоеточия), иначе эта формулировка здесь некорректна, а разъясняющая часть (после двоеточия) ей не равносильна.
10. Стр. 38, строка 13. Утверждение, что что-то “дано”, является нематематическим и не должно входить условием теоремы: условие состоит в том, что это данное удовлетворяет каким-то условиям. Тем более, в имеющейся формулировке этой теоремы слово “дано” не участвует.
11. Стр. 42, задача 54. Либо “меньше (равна)”, либо “меньшей (равной)”.
12. **Стр. 57, последние 3 строки. Некорректное определение алгебраичности. Например, ниоткуда не следует, что функцию $x \mapsto \sin x$ нельзя считать операцией на множестве действительных чисел. При этом она является классическим примером неалгебраической операции, хотя, конечно, свойства однозначности и замкнутости выполнены.**
13. Стр. 91, строка 1. Высказывание выглядит странно, если не указать, кем это было куплено. Формально выглядит так, что это было куплено всего (во всем мире).
14. Стр. 96, строка 4. Вопрос не имеет математического смысла. Кроме того, может быть, такие схемы и полезны как педагогический прием в детском саду и даже в начальной школе, но потом от них пользы не больше, чем от запихивания в “ходунки” ребенка, уже умеющего ходить.

15. Стр. 115, строка 13. Какова здесь смысловая нагрузка слова “допустимых”?
16. Стр. 65. Определение степени многочлена здесь не дано (оно появляется только в самом конце книги), хотя используется уже вскоре после этого места. Так и задумано?
17. **Стр. 122, задача 4. Непонятно, чему здесь (на этом рисунке) соответствует число 16.**
18. Стр. 126, перед заданием 4. Утверждение, что это — общее название этих формул, означает, что этим исчерпываются все такие формулы. Но это неверно: есть и другие формулы сокращенного умножения.
19. Стр. 127, первый абзац. Может быть, все-таки непедагогично объяснять ребенку, что с ним сейчас занимаются не интересными и полезными вещами, а развитием умения что-то преобразовывать? Может быть, оставить эти откровения для статьи в педагогическом журнале с объяснением своего подхода?
20. **Стр. 137, путешествие по лабиринту. Начали с $(x + 1)^2$. Вычли $4x$, получилось $(x - 1)^2$. Прибавили $10x + 3$, получилось $x^2 + 8x^2 + 4$. Умножили старший коэффициент на 4, получилось $4x^2 + 8x + 4$. Что нужно вычесть, чтобы получилось $(x + 2)^2$? Ответ: $3x^2 + 4x$. Прибавили трехчлен $15x^2 - 28x + 5$, получили $18x^2 - 24x + 5$. Что нужно прибавить, чтобы получить $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$? Ответ: $-9x^2 + 11$. Вычитаем многочлен $12x - 7$, получаем $-9x^2 - 12x + 18$. Какое число следует прибавить, чтобы получить полный квадрат? Ответа нет, поскольку к этому многочлену какие числа ни прибавляй, старший коэффициент останется отрицательным...**
21. Стр. 138, задача 22. Вопрос некорректен, поскольку слово “восстановите” подразумевает однозначный ответ (восстановить можно только что-то уже существовавшее). В то же время, например, в случае (к) может быть и ответ 8 и m^2 , в случае (в) и ответ $2m$ и $-2m$, и так практически во всех примерах. Фактически здесь решается не математическая задача, а, наоборот, психологическая: угадайте, что авторы

могли здесь иметь в виду. Это исключительно вредно для развития математического мышления.

22. Стр. 143, задание 6. Что значит “дополните”? Задача не имеет однозначного понимания, а следовательно и решения. Например, годится ли в случае (е) “дополнение” (то есть, вероятно, прибавление) многочлена $-(c^3 + 3cx^2 - x^3) + (a - y)^3$? Если нет, то почему и чем другое решение лучше?
23. Стр. 152, строки 10–8 снизу. 10 баллов независимо от правильности решения?
24. Стр. 152, строка 4 снизу. Вопрос о том, можно ли как-то посмотреть, не имеет математического смысла.
25. Стр. 153, задание 2(IV). В этом рисунке (в отличие от всех остальных) никак не присутствует представление для этой площади в терминах площадей других фигур. Поэтому задача математически неразрешима (а разрешима она исключительно психологически, поскольку для данного полинома выше проходила ровно одна формула). Это приучение учеников к угадыванию мыслей учителя или автора учебника исключительно вредно для развития математического мышления!
26. Стр. 157, строка 8. Вопрос “можно ли назвать...” не имеет математического смысла.
27. Стр. 172, задание 7. Такая постановка вопроса подразумевает поиск всех таких биномов (и доказательство того, что других нет). Несомненно, авторы имеют здесь в виду нечто иное.
28. Стр. 172, строки 6–8. Да, и как же предполагается, что семиклассник будет доказывать, что $x^3 - y^3$ не делится на $x + y$? На самом деле, при серьезном прохождении предмета это вполне возможно, но при принятом в этом учебнике уровне поверхностности, конечно, на это нельзя рассчитывать. Фактически, здесь предполагается ответ типа “не делится, потому что мы не проходили формулы, согласно

которой оно бы делилось”. Очевидно, что с математической точки зрения подобный ответ недопустим.

29. Стр. 172, задание 12. Имеется в виду полное разложение (с доказательством его полноты) или хотя бы какое-нибудь?
30. Что вообще называется разложением многочлена на множители? Является ли разложением $2x^2 + 4 = 2 \times (x^2 + 2)$?
31. Стр. 173, задание 18(в). Здесь требуется доказать неверное утверждение. Действительно, $37^{2001} - 12^{1989}$ делится на 25 тогда же, когда и

$$12^{2001} - 12^{1989} = 12^{1989}(12^{12} - 1) = 12^{1989}(12^6 - 1)(12^6 + 1).$$

В последнем выражении два первых сомножителя не делятся даже на 5, последний же по формуле бинома имеет последние две цифры такие же, как и число $6 \times 10 \times 2^5 + 2^6 + 1 = 1985$.

32. Стр. 174, строки 10–2 снизу. Эти вопросы относятся к данному многочлену или к общей ситуации?
33. Стр. 179, задание 75. Годится ли, например, в случае (б) разложение $(-\frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{2} + x - \frac{1}{2}x^2)$? Почему нет? Нигде выше не было определения, запрещающего такое “разложение”.
34. Стр. 181, задание 82(2). Каким образом должен семиклассник доказывать невозможность разложения каких-то многочленов?
35. Стр. 182, задание 89(в). Как может семиклассник решить эту задачу кроме своевременного воспоминания о многочлене на стр. 174? Неправильно давать задания, предполагающие такие “решения”.
36. Стр. 183, п. 9 первого абзаца. Не корень, а все корни.
37. Стр. 184, задание 94. Невозможно сделать заключение о количестве яблок на основании информации о килограммах яблок.
38. Стр. 184, задание 98. Слово “тоже” во втором вопросе является подсказкой ответа в первом.

39. Стр. 186, задание 116. Это условие можно понять и так: сложили все 8 чисел, сумму возвели в квадрат, и т.д; а приведенные в конце 4 числа — это числа, последовательно получавшиеся по ходу этих действий.
40. Стр. 186, задание 116, предпоследний вопрос. Имеется в виду — каждым из тех, кто не ошибся?
- Кроме того, если допускается, что кто-то из них может ошибиться, то нет гарантии, что не ошиблись двое, трое или даже все четверо. Но в этом случае предпоследний вопрос некорректен, потому что мало ли из каких задуманных чисел можно получить данные при помощи ошибочных вычислений?
41. Стр. 187, задание 119(б) бессмысленно (хотя и по разному) независимо от того, вставит ученик равные числа или разные.
42. Стр. 197, строка 4 снизу. Не очень понятно, в каком “таком” случае так говорят. Верно ли, что “оценить” — значит найти точные значения, между которыми находится эта величина при любых значениях параметров, то есть сузить эти рамки уже нельзя, или все же (как обычно в практической деятельности) можно дать более широкие рамки?
43. Стр. 201, текст после формулировки теоремы 1. Иначе говоря, доказательство не приводится, вместо него — какой-то намек на то, что происходит в “основной части доказательства”. Во-первых, это создаст у семиклассника неверное впечатление, что это доказательство хоть чем-то сложно, а во-вторых, что допустимо заменять доказательство малосодержательными высказываниями такого типа.
44. Стр. 202, строка 5 снизу. А если значения переменных другие, то это неверно?
45. Стр. 209, задание 27(а). Вот решение: эту дробь надо изменить на дробь $\frac{5}{7}$, вообще от x не зависящую. А в случае (б) заменим ее на число 25. Опять здесь требуется не решение точно поставленной задачи, а угадывание, чего авторы хотят от учеников...

46. Стр. 212, задание 3. Как можно ставить вопрос о том, появится ли что-то в цепочке, продолженной некоторым достаточно произвольным образом?
47. Стр. 215, задание 4 варианта 2. Это знаменатель 1. Или 0.5. Или 0.01. Ясно, что авторы имеют в виду не это...
48. Стр. 215, задание 4(б) варианта 3. Опять-таки, для этого достаточно заменить его выражением 1.
49. **Стр. 217, теорема 5. См. замечание 43.**
50. Стр. 245, эпиграф. Потрясающее высказывание — бессмысленное и неверное одновременно! Зачем нужны такие вещи в математическом учебнике, одна из важнейших задач которого состоит именно в том, чтобы научить говорить осмысленные, а по возможности и верные вещи?
51. Стр. 248, задание 4. Зачем доказывать тождество, более легкую часть которого еще можно упростить?
52. Стр. 251, задание 2. Нужно предположение, что $v_1 \neq v_2$.
53. Стр. 251, строки 7–6 снизу. А как ученик узнает, удалось это ему без ошибок или нет?
54. Стр. 259, задание 148. Нельзя “составить уравнение, если” у него какой-то корень такой-то, и т.п. Если говорят “если”, значит, уравнение уже имеется, и “составлять” его бессмысленно.
55. Стр. 261, эпиграф. Слово “уверенность” здесь, безусловно, не по делу и возникло из дурного перевода.
56. **Стр. 263, задание 6. Для ответа на вопрос нужно знать, на скольких карточках написано каждое из этих чисел.**
57. Стр. 265, конец первого абзаца. Значение 12012 слишком близко к предполагаемому. Для типичного эксперимента отклонение почти наверняка будет гораздо больше — порядка 100 (и вообще, типичное отклонение в ту или иную сторону растёт по порядку как корень из числа опытов). Ученики должны это понимать!!! Иначе даже

небольшое отклонение от точной середины будет возбуждать у них ненужные подозрения.

58. Стр. 266, задание 16, второй вопрос. На первый вопрос уже дан однозначный ответ (см. стр. 303), и для этого ответа никак не использовалось число учеников. Видимо, в действительности второй вопрос подразумевает следующее: теперь откажемся от условия, что школа — городская, то есть что в ней не менее 8 учеников в классе, и тогда...
59. **Стр. 266, задание 16. Но даже в этом случае ответ неверен!!! Действительно, если в классе 1 ученик, то ответ также однозначен!**
60. **Стр. 270, строки 15–14 снизу. Это неверно без предположения о равновероятности элементарных событий.**
61. Стр. 270, строка 13. Неверно, высказывание, стоящее после слов “таким образом”, не является следствием стоящего непосредственно перед ним.
62. Стр. 272, пример 2. “Иметь только четверки и пятерки” — значит не иметь ничего другого, в частности, отличники также удовлетворяют этому условию.
63. Стр. 275, пример про космонавтов неадекватен. Нельзя выбрать бортинженера как попало: это предполагает специальное образование.
64. Стр. 278, задание 57(а). Имеется в виду ровно двух семиклассников? Строго говоря, это не следует из условия.

Учебник не соответствует современным научным представлениям о предмете математики.

В.А.Васильев