Экспертное заключение

на учебник Г.Д. Глейзера "Геометрия. 10–11 класс"
(издательство Бином)

Учебник написан неровно. В некоторых местах ухудшился язык изложения: создается впечатление, что либо автору не хватило сил для исполнения этого учебника с той же тщательностью, что его же учебники для 7 и 8 классов, либо учебник готовился в спешке.

Пока еще слишком много ошибок: некоторые из них приводятся ниже.

Хотя учебник не из худших, он все же нуждается в большой доработке.

Список замечаний

1. Стр. 3, строка 3 основного текста. Лучше "и" вместо второй запятой.

2. Стр. 3, строка 5. Пропущена запятая в перечислении после "таблицы".

3. Стр. 5, строки 3 и 1 снизу. Слова "точки эти" относятся к "различным точкам", которые по определению не могут совпадать.

4. Стр. 7, строка 7. Это категоричное утверждение "лишь в том случае" очевидно неверно: легко представить себе устойчивый стол с ножками разной длины.

5. Стр. 7, строка 9. В этом предложении сразу два неверных утверждения: во-первых, можно представить себе четыре ножки разной длины, концы которых тем не менее лежат на одной плоскости, а во-вторых из того, что стол может принимать разные положения, еще не следует, что все эти положения будут неустойчивыми.

6. Стр. 8, предпоследний абзац. "A и B разделены какой-то фигурой" и "отрезок AB пересекается с этой фигурой" — это разные вещи, иначе получится, что и отрезок на плоскости разделяет какие-то точки.

7. Стр. 12, задачи 11, 12. По правилам грамматики, здесь "них" относится к слову "точки", что делает вопрос бессмысленным.

8. Стр. 14, строки 10–11 снизу. Здесь же (до этого) идет речь только о пересекающихся прямых (см. строки 15, 17 снизу)!

9. Стр. 15, задача 4. Ответ: неверна (а не неверно).

10. Стр. 15, задача 5. Зачем нужно последнее уточнение, которое и так всегда выполнено?

11. **Стр. 29, задача 4а. Поскольку в данном курсе отрезки, лежащие на одной прямой, также считаются параллельными, то есть еще ответ "одна точка".**

12. **Стр. 29, задача 4б. Пропущен ответ "два параллельных отрезка".**

13. Стр. 31, доказательство Теоремы 1. Для строгого доказательства надо еще рассмотреть случай, когда A, B и O лежат на одной прямой, то есть не образуют треугольник.

14. **Стр. 41, задача 12. Здесь требуется доказать неверное утверждение. Пример: квадрат, вершины которого в порядке обхода называются** A, B, D, C.

15. Стр. 42, строка 7. Я догадался, что здесь под OA и OB понимаются прямые. Но неподготовленный читатель может подумать, что имеются в виду точно так же обозначаемые лучи или даже отрезки, тем более что далее делается такое упоминание (которое выглядит как противопоставление смыслу, по умолчанию вкладываемому в это обозначение вначале).

16. Стр. 42–43. Здесь необходимо еще уточнение, что разложение имеет смысл и для случая когда C принадлежит OA или OB (что формально не следует из описанной конструкции).

17. Стр. 50, строка 10 снизу. Какое содержание у этого предложения? Если $a = b$, то в любое выражение можно подставить b вместо a и получится тот же результат: зачем же об этом специально писать?

18. Стр. 51, Три Основных Свойства. Здесь надо честно написать, что доказательств опять не будет. Иначе читатель не поймет статус этого утверждения и может подумать, например, что оно очевидно и сразу следует из определения, или что-нибудь еще.

19. **Стр. 52, задача 4в. Ответ неверен: верно в точности противоположное выражение.**

20. **Стр. 52, задача 10. Непонятно, в каком смысле "вычислите". Естественное понимание такого вопроса состоит в том, что ответ не зависит от выбора не фиксированных данных (в этом случае — хорд). Но это неверно. Например, если эти хорды — два перпендикулярных диаметра, то ответ** $-2R^2$**. А когда хорды вырождаются в точки (ограничивающие дугу** $90°$**), то ответ стремится к** $+2R^2$**.**

21. **Стр. 52, задача 13(а). Здесь требуется доказать неверное равенство. Чтобы превратить его в верное, можно, например, в начале четвертой скобки заменить** a **на** d**.**

22. **Стр. 53, задача 16а. Неверный ответ** $\vec{a}(\vec{a}+\vec{b})$. **Верный ответ** $\vec{b}(\vec{a}-\vec{c})$.

23. **Стр. 53, задача 16б. Неверный ответ** $\vec{c}(\vec{a}-\vec{b})$. **Верный ответ** $\vec{a}(\vec{a}+\vec{b})$.

24. Стр. 55, строка 4. Скалярное произведение в единственном числе.

25. **Стр. 55, строка 10. Неверное равенство.** $\arccos|-0,388| \equiv \arccos(+0,388) \approx 67,2°$. **Кроме того, аркфункции выше не определялись.**

26. Стр. 56, задача 6. Зачем нужно условие, что вершины не лежат в одной плоскости? Во-первых, случай, когда они лежат в одной плоскости, может быть разобран отдельно. А во-вторых ученики имеют право понимать, что если тождество выполнено для любого невырожденного набора точек, то оно обязательно выполнено и для вырожденного, который можно приблизить невырожденными.

27. Стр. 56, задача 3. В чем вопрос? Естественно, при параллельном переносе на вектор из плоскости получается плоскость и, как правило, другая. Например, основание куба переносом на боковое ребро превращается в другое основание. Вероятно, имелось в виду — в любую другую плоскость?

28. Стр. 58, задача 1а. А было ли определение параллелепипеда? Возможен вариант, когда ученики к этому времени проходили только

прямоугольные параллелепипеды (для которых задание очевидно) и не поймут, что речь идет о произвольных.

29. **Стр. 58, задача 5а. Неверный ответ $4(3\sqrt{2}-1)$. Верный ответ $4(2\sqrt{2}-1)$.**

30. Стр. 61, задача 7. Вероятно, автор хотел спросить о парах, состоящих из ребра и грани. Но в данном виде слово “пар” однозначно относится к ребрам: речь идет во-первых о парах ребер и во-вторых о гранях, каким-то образом к ним перпендикулярных.

31. Стр. 61, строки 11–9 снизу. Этот текст читатель может понять так, что для выполнения задачи построения достаточно выполнить такое доказательство. Но это совсем не так: существует множество ситуаций, когда существование такой прямой не вызывает ни малейшего сомнения, но реально построить ее (то есть указать две точки, через которые она проходит, либо же две плоскости дающие ее в своем пересечении) — задача гораздо более трудная.

32. **Стр. 66, задача 6 непонятна. Высоты граней невозможно построить, не имея самих этих граней (зная только точку М и основание ABC решить задачу все равно нельзя). А если они даны, то какой смысл в словах “зная точку М”? Кроме того, здесь видимо имеются не все высоты этих граней, а только выходящие из точки S.**

33. Стр. 67, строка 8 снизу. Не нужна запятая.

34. Стр. 67, строки 7–4 снизу. Так нельзя выражаться! Если точка M_1 принадлежит фигуре Φ_1, а M_2 принадлежит фигуре Φ_2 (как начинается это предложение), то эти две точки существуют, следовательно заведомо существует и расстояние между ними: единственное и неповторимое, одновременно наименьшее и наибольшее. Но речь здесь не об этом.

35. Стр. 68, в Задании (строки 1–2) используется понятие, которое определяется в строках 4–6 на этой же странице и про которое почему-то говорится, что оно “теперь понятно” на основании того самого Задания, в котором оно уже использовано.

36. Стр. 68, Определение 2. Двусмысленность: слова “от любой точки ... до другой” можно понять как “до другой точки”.

37. Стр. 71. Задача 6. В чем смысл последнего условия “$\angle CDB = 90°$”, если и так дано, что D — проекция точки C на плоскость, содержащую B?

38. Стр. 72, задача 9. Нельзя провести перпендикуляр к чему-то из какой-то его же точки. Можно либо его восставить, либо (хуже) поменять порядок слов, чтобы это “к” относилось к перпендикуляру, а не к проведению.

39. Стр. 196, ответ к задаче 1б §26. нерпендикулярна.

40. **Стр. 78, задача 2. Ложный ответ $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Верный ответ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.**

41. **Стр. 79, задача 2. Неверный ответ $\approx 21,86$. Верный приближенный до сотых ответ $21,79$, точнее**

$$\sqrt{76}\,\frac{5}{2} \approx 21,7944947177033677611849099l9298.$$

В частности, приближенный до десятых ответ тоже неверен. Десятиклассники должны уже понимать, что выписывая приближенный ответ да k-го знака, мы берем на себя ответственность за все эти знаки, кроме может быть последнего, который в крайнем случае может уклониться на 1 в ту или другую сторону.

42. Стр. 81, задача 2(б). Правильный приближенный до сотых ответ $7,48$, точнее

$$2\sqrt{14} \approx 7,48331477354788277116749746463331,$$

а не $7,49$.

43. Стр. 81, задача 4(а). Хотя, конечно, катет бывает только у прямоугольного треугольника, необходимо прямое указание: равнобедренного прямоугольного. Иначе звучит странно.

44. **Стр. 81, задача 4б. Неверный ответ $\approx 27,9$ (ведь даже ортогональная проекция этого треугольника на плоскость квадрата равна половине квадрата, то есть ее площадь равна $(6\sqrt{2})^2/2 = 36$). Правильный ответ**

$$12\sqrt{15} \approx 46,475800154489002622151184797389.$$

45. Стр. 87, строка 6 снизу. Нечеткость речи: сама по себе компланарность — это не в точности существование таких x, y (это верно лишь если первые два вектора неколлинеарны), поэтому вместо "т.е." нужно выразиться точнее в том смысле, что достаточно найти такие x, y.

46. **Стр. 92, задача 8(а). Неверный ответ** $\approx 4,97; \approx 3,35; \approx 9,25$. **Верный ответ**

$$\sqrt{5} \approx 2,24; \sqrt{11} \approx 3,32; \sqrt{18} \approx 4,24.$$

47. Стр. 92, Задача 11. Совпадает с заданием 7(а).

48. **Стр. 98, задача 7 раздела 34. В конце книги дан ответ на какое-то другое задание, не соответствующий по формату вопросу данной задачи. Правильный ответ (с точностью до растяжения)** $(8; 13; -11)$**.**

49. **Стр. 98, задача 6 раздела 35. Здесь требуется доказать неверное утверждение. Например, векторы** $\vec{C}A = (1; 2; -1)$ **и** $\vec{C}B = (2; 5; -2)$ **очевидно не параллельны.**

50. **Стр. 98, задача 7 раздела 35. В конце книги дан ответ на какое-то другое задание, не соответствующий по формату вопросу данной задачи. Правильный ответ**

$$x - 4y + 2z - 1,5 = 0.$$

51. **Стр. 99, задача 17а. Неверный ответ** $(0; -4; 0)$**. Верный ответ** $(0; 4; 0)$**.**

52. **Стр. 100, задача 6(а). Неполный ответ "параллельны". Верный ответ "совпадают".**

53. Стр. 101, третий абзац. Нехорошо, что на протяжении четырех строчек одними и теми же буквами α, β обозначаются то плоскости, то полуплоскости (причем рассматривать одно вместо другого нельзя, поскольку во втором случае важен именно выбор конкретных полуплоскостей).

54. Стр. 101, четвертый абзац. Это соглашение, по-видимому, уже используется в предыдущем абзаце. Однако то, что оно дается позднее, заставляет подумать, что в третьем абзаце это соглашение не используется и там под двугранным углом понимается что-то другое, нигде в книге не определенное.

55. **Стр. 107, задача 10. Неверный ответ $\approx 19,47$. Верный ответ**

$$\frac{15 \times 17}{\sqrt{15^2 + 17^2}} \sin 60^\circ \approx 9.7406794719811762411579434663358.$$

56. Стр. 107, задача 12(г). Условие читается так: рассматриваемый в задании угол равен углу в 0° (который при этом еще меньше какого-то угла φ). Соответственно, угол, рассматриваемый в задании (д), равен углу в 45°, про который сообщаются еще какие-то неинтересные нам сведения.

57. Стр. 108, строка 15. Это неверное утверждение: например, в школе изучаются невыпуклые фигуры окружность и сфера.

58. Стр. 110, строка 12. гуттаперчевую

59. Стр. 110, строка 3 снизу. Современная.

60. Стр. 114, задача 12. В ответе красивее освободить семерку из-под радикала.

61. Стр. 118, задача 10. Непонятно, в каких терминах давать ответ: через что выражать этот угол? Какие величины считаются известными?

62. **Стр. 118, задача 19. Так не бывает. В прямоугольном параллелепипеде все диагонали наклонены к основанию под одним и тем же углом (и, между прочим, равны между собой, так что двух ответов быть не может).**

63. **Стр. 118, задача 21. Данных задачи недостаточно: нужно знать, какие именно ребра имеют какие длины (точнее, достаточно знать длину ребра AA_1: ответ равен половине диагонали прямоугольника, стороны которого — два остальных ребра).**

64. Стр. 119, задача 26. Нужно точнее: прямого, не являющегося прямоугольным; прямоугольного, не являющегося правильным...

65. **Стр. 119, Теорема. Во-первых, здесь дано неполное определение (подразумеваемого понятия) перпендикулярного сечения: плоскость должна не только быть перпендикулярна к боковому ребру, но и пересекать все боковые ребра. Во-вторых, такое сечение не всегда существует, а значит непонятно, что такое его периметр.**

66. Стр. 121, задача 6. Ответ 91 не приближенный, а точный.

67. Стр. 122, рис. 158. Не верится, что изображена развертка пирамиды, изображенной здесь же: совсем не согласованы размеры.

68. Стр. 124, задача 8. Ответ зависит от выбора вершины в этом тетраэдре. Нигде же не было сказано, что вершиной пирамиды следует считать ту из вершин тетраэдра, которая записана первой в ее обозначении...

69. Стр. 125, задача 12. По определению, задача пуста: они сами и образуют этот угол, встречаясь в вершине пирамиды. Видимо, имеется в виду что-то другое: реализовать этот угол как угол в какой-то плоскости. И то же в задаче 13.

70. **Стр. 125, задача 20. Ответ неполон или задача сформулирована некорректно. В данной точной постановке имеются еще другие решения, связанные с центрами вневписанных окружностей. И аналогичная ошибка в задачах 21, 22.**

71. Стр. 134, строка 10 снизу. перечечения

72. Стр. 136, строка 9 снизу. Последняя запятая не нужна и вводит в заблуждение.

73. Стр. 137. Было бы очень полезно указать, сколько же всего симметрий у куба и тетраэдра. То, что это довольно интересные числа, должно заинтересовать читателя; кстати тут же можно (без подробного описания) указать такие же числа для остальных правильных многогранников.

74. Стр. 143, задача 9. На эту задачу есть казуистический ответ: нет, поскольку призмы бывают непрямые, а непрямых цилиндров мы не проходили; прямой же цилиндр в непрямую призму очевидно не вписывается. Вряд ли это то, что предполагалось автором (и что полезно для читателя).

75. Стр. 143, задача 13. В списке ответов дан ответ для площади заготовки до обработки. Но поскольку в условии сказано, что срез уже сделан, естественно понимать вопрос задачи как вопрос об уже усеченной заготовке.

76. Стр. 145, Теорема. Формально, то что сказано, очевидным образом неверно. Никакая отдельная гомотетия не может отобразить любое сечение на основание: она может отобразить туда только одно сечение. Надо отучать детей от нечетких высказываний, а не приучать к ним. Можно сказать, например, "любое наперед заданное"...

77. Стр. 148, задача 3. Полный ответ (делать который хотелось бы научить школьников) должен содержать описание случаев, когда это сделать невозможно.

78. Стр. 149, задача 13. Вероятно, предполагается, что ось лежит в плоскости треугольника?

79. **Стр. 149, задача 13. Ответ** $2\pi a^2(1+\sqrt{3})$ **неверный. Верный ответ** $\pi a^2(3+2\sqrt{3})$.

80. **Стр. 156, задача 3(б). Неверный ответ** 8. **Верный ответ** $16\sqrt{15}$**.**

81. Стр. 156, задача 5(б). Сечение сферы — это окружность, площадь которой, естественно, равна нулю.

82. На протяжении всей книги в одних и тех же задачах используются практически неразличимые (в данной полиграфической системе) буквы a для длин и α для величин углов. Это очень запутывает читателя. Необходимо радикально изменить дизайн этих букв в книге (и, вероятно, не только в этой), чтобы они заметно различались.

83. Стр. 159, задачи 11 и 9 по существу совпадают.

84. Стр. 163, задача 3. Последнее условие про описанный цилиндр излишне.

85. **Стр. 164, задача 10. Ответ неверен. Пропущен множитель π.**

86. Стр. 164–165. Буквой x попеременно обозначаются две разные вещи: координатная функция и некоторое ее конкретное значение. Трудно разобраться, если не знать материал заранее (или не догадаться самому).

87. Стр. 166, строка 17 снизу. Здесь "ее" однозначно относится к системе координат. Получается: одна из вершин системы координат.

88. **Стр. 168, задача 3. Условие задачи внутренне противоречиво. У призмы с такими гранями угол наклона бокового ребра обязан быть равен**

$$\arccos\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 54,7356103172453456846229996699981.$$

89. **Стр. 169, задача 17. Ответ**

$$\frac{1}{2}\,r^3\sqrt{3}\cos^2\alpha\sin\alpha\sqrt{(1-\cos 2\alpha)^3} \tag{1}$$

неверен (и нерационально записан). Верный ответ в $\sqrt{2}$ раз больше. Действительно, обозначим ребро основания через x. Тогда

$$V = \frac{1}{3}S\times H = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\,x\frac{\sqrt{3}}{2}\,x\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\,x\tan\alpha\right) = \frac{x^3\tan\alpha}{12}\ . \tag{2}$$

Радиус R сечения шара плоскостью основания равен $\frac{\sqrt{3}}{3}\,x$, или $x=\sqrt{3}\,R$. Рассматривая сечение шара плоскостью, проходящей через высоту и боковое ребро пирамиды, из формулы синусов имеем

$$2r = \frac{2R}{\sin 2\alpha}\ .$$

Отсюда $x=\sqrt{3}\,R=\sqrt{3}\,r\sin 2\alpha$. Подставляя в (2), получаем:

$$V = \frac{3\sqrt{3}\times 8\sin^3\alpha\cos^3\alpha\tan\alpha}{12}\,r^3 \equiv 2\sqrt{3}\sin^4\alpha\cos^2\alpha\ r^3\ .$$

С другой стороны, выражение под вторым радикалом в (1) очевидно равно $8 \sin^6 \alpha$, откуда все выражение (1) равно

$$\sqrt{2}\sqrt{3}\cos^2\alpha \sin^4\alpha \ r^3 \ .$$

И это превысило все допустимые пределы числа ошибок.

Содержание учебника не соответствует современным научным представлениям.

В.А. Васильев